

Fermi Problems - a way to estimate large #s

- ① List your assumptions
- ② Use dimensional analysis to find the solution.

Ex: How many kittens are born in Austin each year?

Assumptions:  
1. 1,000,000 people in Austin  
2. 1/4 of families have a cat  
3. 1/10 of cats are not spayed/neutered  
4. 1 cat has 5 kittens per year

Solve:

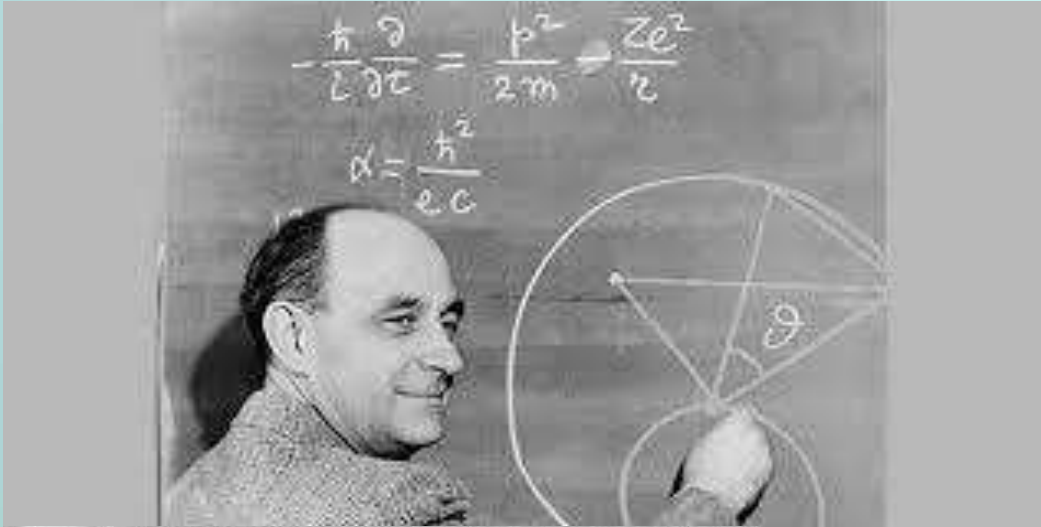
$$1000000 \text{ people} \times \frac{1}{4} \text{ families} \times \frac{1}{10} \text{ fertile} \times \frac{5 \text{ kittens}}{1 \text{ litter}} \times \frac{1 \text{ litter}}{1 \text{ year}}$$
$$= \frac{500000 \text{ kittens}}{200 \text{ year}} = 25000 \frac{\text{kittens}}{\text{year}}$$

\* this number might be high, but as long as we show our work, then someone else can see how we reached the answer.

Билјана Шуминоска

Дипломиран професор по математика  
Образовен центар „Абакус-Охрид“ од  
Охрид

# Енрико Ферми



**Енрико Ферми** ( 29 септември 1901 - 28 ноември 1954)

- \* италијански физичар,
- \* еден од најголемите научници на XX век,
- \* познат по тоа што бил необичен во својата работа, одличен експерименталист и извонреден теоретичар.
- \* бил многу добар во наоѓање едноставни решенија за тешки проблеми.



**\*оваа своја вештина, ја покажува во времето на првата експлозија (проба) на нуклеарно оружје, северно од Аламогордо, Ново Мексико во 1945.**



Ферми брзо пресметал, дека енергијата на бомбата била еквивалентна на онаа произведена од десет килотони на ТНТ.

- Во обид да ја пренесе оваа вештина на своите студенти, Ферми развил еден вид на прашања или проблеми, наречени по неговото име:

## ***Ферми Проблеми***

*Enrico Fermi*

## **Овој тип на проблеми, овој тип на задачи имаат карактеристична природа:**

- при самото слушање, никој нема идеја каков може да биде одговорот;*
- имате чувство дека постојат многу малку информации за да се дојде до решението;*
- проблемот се дели на помали проблеми;*
- секој од тие мали проблеми е одговорлив, решлив;*
- тогаш се прави проценка со што забележително се доаѓа блиску до точното решение.*

**Ова е кратко објаснување, за тоа како би се решиле Фермиевите проблеми!**

**Но за да се реши Фермиев проблем, целосно, треба да се минат шесте чекори на:**

- разбирање,
- нематематичко погодување,
- математичко моделирање,
- променливи и формули,
- собирање повеќе податоци,
- заклучоци.

**И тоа преку четирите фази на моделирање:**

- Опис,
- Прoцени,
- Пресметувања,
- Оптимизација.

A handwritten signature in white ink on a teal background. The signature reads "Enrico Fermi" in a cursive, flowing script. The first name "Enrico" is written in a more compact, rounded style, while "Fermi" is more elongated and features a prominent loop at the end of the 'i'.

## Најпознат пример на Ферми е:

### Пример 1. Да се пресмета опсегот на Земјата, без да се истражува, ако се знае дека:

- \* растојанието помеѓу Њујорк и Лос Анџелес е околу три илјади милји (4828км),
- \* временската разлика помеѓу двата брега е околу три часа

#### Можно решение:

- \* три часа одговара на една осмина од еден ден, и дека
- \* еден ден е времето потребно за една целосна земјина револуција

Потоа може да се процени дека опсегот на земјата е за осум пати поголем од растојанието помеѓу Њујорк и Лос Анџелес, или околу дваесет и четири илјади милји.

**Што е многу блиску до точниот одговор!**

На Екваторот опсегот на Земјата е 24.902 милји \*40.074 км.

## Првиот решен Ферми проблем е:

Пример 2. Колку пијано штимери има во Ново Мексико/Ел Пасо?

**Пример 3. Пример на Фермиев проблем, кој може да го решаваат ученици(во група), под надзор на наставникот :**

**Колку кади можат да се наполнат со вкупната количина на течност која човекот ја внесува во текот на целиот живот?**

**Време за подготовка:** од 5 до 15 минути

**Време за работа:** од 20 минути до 1 час

**Материјали:**

- Хартија
- Молив или пенкало
- Прирачници (по потреба)
- Соодветни инструменти за мерење (по потреба)
- Соодветна опрема за собирање на експерименталните докази (по потреба)
- Пристап до интернет (по потреба)

**1. Разбирање:** Го читаат проблемот, размислуваат што точно се бара и дискутираат како го разбираат проблемот и го запишуваат своето толкување на проблемот.

**2. Нематематичко погодување:** Запишуваат обично погодување.

Одговорот е: **5000 кади**

**3. Одговор со математичко моделирање:**

**Претпоставки:**

• **Проценуваат колку бокали течност, внесуваат во своето тело во текот на еден ден:** - 4 чаши кафе (тоа е околу еден или еден и пол бокал, - 2 чаши сок (тоа е половина бокал), - 1 лименка сода (тоа е половина бокал), малку млеко со житарици (околу третина од бокал ).

**Во обичен ден пијат просечно околу 3 бокали течност!**

• **Проценка за волуменот на просечна када:** „Висок сум 182 cm, и кога цел ќе се натопам во кадата со прстите од нозете можам да ја допрам чешмата и сепак главата да ми е над вода.. Што значи претпоставувам дека кадата е долга околу 155 cm. Претпоставувам дека кадата е околу 75 cm и длабока 30 cm. Согласно формулата за волумен на квадар, претпоставувам: Во една када собира

$$V = a \cdot b \cdot c = 1,55 \cdot 0,75 \cdot 0,3 = 0,34875 m^3 \approx 0,35 m^3 \text{ течност}.$$



- **Проценка за животниот век на еден човек:**

**Претпоставката е дека живее околу 75 години.**

**Пресметки:**

“Мерните единици од претпоставката не се компатибилни. Имам еден бокал и  $m^3$ . Сега ми треба дополнителна информација од дадениот прирачник, или на интернет за тоа да одредам колку волумен има бокалот, односно ќе пронајдам дека еден стандарден бокал =  $475\text{ cm}^3$  и ќе заокружам на  $500\text{ cm}^3$ , и знам дека

$$1\text{ m}^3 = 100 \cdot 100 \cdot 100\text{ cm}^3 = 1000\,000\text{ cm}^3$$

Сите мерни единици ќе ги претворам во сантиметри кубни.

**Секој ден се внесува  $3 \cdot 500 \approx 1500\text{ cm}^3$  течност.**

**Кадата собира течност  $0,35 \cdot 1000\,000 \approx 350\,000\text{ cm}^3$  течност.**

**За 75 години внесувам  $1500 \cdot 365 \cdot 75 \approx 41\,070\,000\text{ cm}^3$  течност.**

**Што значи дека ќе испијат:  $41\,070\,000 : 350\,000 \approx 117$  кади течност.**

- **Проценка за тоа колку најмалку кади со вода може да испие еден човек, во текот на својот живот:**

**Проценката е 100 полни кади!**

#### 4. Променливи и формули:

$C_p$  просечниот број на бокали течност што се конзумираат дневно

$C$  просечниот број на сантиметри кубни течност што се конзумираат дневно

$T$  вкупната количина на течност во сантиметри кубни што се конзумира за цел живот

$a$  должината на кадата

$b$  ширината на кадата

$c$  висината на кадата

$Y$  бројот на години кои ќе ги живееме

$D$  бројот на денови кои ќе ги живееме

$B$  бројот на кади течност кои се конзумираат за целиот живот.

$$C = 475 \cdot C_p$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$D = 365 \cdot Y$$

$$T = C \cdot D$$

$$B = \frac{(475 \cdot C_p)(365 \cdot Y)}{abc}$$

$$B = \frac{T}{V}$$

$$B = \frac{173375 \cdot C_p Y}{abc}$$

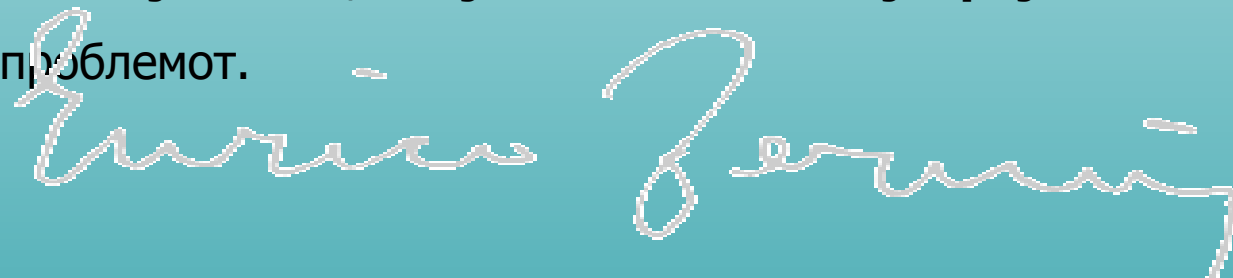
## 5. Собирањето повеќе податоци може да содржи:

- изведување на експерименти,
- кратки истражувања,
- мерења,
- пребарување информации кои ќе им помогнат да добијат попрецизна проценка.

За секоја величина, претпоставуваат **најмала** и **најголема вредност**, и вредност која ја сметаат дека е **најверојатна**. Потоа со помош на формулата

$$B = \frac{173375 \cdot C_p Y}{abc}$$

ја пресметуваат **најмалата**, **најголемата** и **најверојатната** вредност за одговор на Ферми проблемот.

A stylized, handwritten signature in white ink that reads "Enrico Fermi". The signature is written in a cursive, flowing style and is positioned at the bottom of the slide, overlapping the teal background.

- должината на кадата е  $a = 132cm$
- ширината на кадата е  $b = 53,3cm$
- висината на када е  $c = 33cm$
- Просечниот живот во година на луѓето е  $Y = 78,11$ .(информации кои можат да ги најдат на интернет).
- Следење и мерење во текот на една седмица колку бокали течност конзумира секој ден.

Понеделник: 3 бокали

Вторник: 3 бокали

Среда: 6 бокали

Четврток: 2 бокали

Петок: 4 бокали

Сабота: 2,5 бокали

Недела: 5 бокали

$C_p = 3,7$  Се конзумира околу 3,7 бокали течност дневно

$$B = \frac{173375 \cdot C_p \cdot Y}{abc}$$

$$B = \frac{173375 \cdot 3,7 \cdot 78,11}{132 \cdot 53,3 \cdot 33} \approx 215,8 \text{ кади}$$

- За да можеш барем да седнеш во када, најмали димензии би требало да се 76x76x30.
- Најголемата када може да биде прилично голема, но нека е таа со димензии: 183x183x91.
- Луѓето живеат различен број на години, но најмалата вредност за години е 35 години а највисоката старосна граница 110 години...
- Најголемата количина на течност што може да се испие дневно е 16 бокали,
- Најмалку 2 бокали течност дневно ни се потребни.

**Најмалиот одговор на Фермиевиот проблем е:**

$$B = \frac{173375 \cdot 2 \cdot 35}{183 \cdot 183 \cdot 50} \approx 7 \text{ кади}$$

**Најголемиот одговор на Фермиевиот проблем е:**

$$B = \frac{173375 \cdot 16 \cdot 110}{76 \cdot 76 \cdot 30} \approx 1761 \text{ кади}$$

## 6. Заклучоци:

- се запишува конечниот одговор на поставениот Фермиев проблем,
- се забележуваат некои можни грешки, кои се откриваат во текот на решавањето,
- се наведуваат некои интересни факти кои се учат додека го бараат одговор на Фермиевиот проблем,
- се даваат понатамошни насоки како би можеле да го прошират истражувањето во однос на поставениот Фермиев проблем.

Заклучоци конкретно за овој проблем:

**•Се пијат помеѓу 7 и 1761 кади течност во текот на целиот живот.**

**•Најмногу веројатниот одговор на Фермиевиот проблем е околу 215,8 кади течност во текот на целиот живот.**

**•Една можна грешка во пресметувањата е тоа што согласно димензиите на када, таа не е совршен квадар.**

•Во текот на истражувањето е дека светската здравствена заедница препорачува 8 до 12 чаиши дневно конзумирање на вода.

Пронајдов и две интересни формули:

$30\text{ml} \times \text{Телесна маса во килограми} = \text{Дневна потреба од течност во ml.}$

$1\text{ml} \times \text{Внес на калории дневно} = \text{Дневна потреба од калории во ml.}$

Друг насока за истражување е да испитам колку течност внесувам со храна.

Тука се и некои дополнителни "Ферми прашања", од кои може да се направат брзи, квалитетни квизови, работилници во основното и средното образование :

- \* **Колку атоми железо има во шпенадла?**
- \* **Колку килограм монети од еден денар ќе ни бидат потребни за да се врати долгот кој го има Р.Македонија кон Светска Банка?**
- \* **Колку бебиња се раѓаат секој ден во целиот свет?**
- \* **Ако се возите од Охрид до Скопје, колку метри возите со затворени очи поради трепкање?**
- \* **Кој е збирот на првите два милиони позитивни цели броеви?**

Други Ферми прашања има и на веб страницата:

<http://www.physics.umd.edu/perg/fermi/fermi/htm>

Во работилниците, квизовите или на самиот час, за да можат учениците да одговорат на прашања од овој тип, од професорите ќе се бара **да ги мотивираат** учениците, **да ги опремаат** училниците со соодветни нагледни средства и да им се обратат со мотото:

**„Запомнете, одговорите сами по себе нема да бидат толку важни како што ќе биде размислувањето со кое сте стигнале до нив, затоа е важно да се објасни во детали како сте стигнале до вашиот одговор“**