The background of the slide features a dark blue color scheme with several overlapping financial charts. At the top left, there is a candlestick chart. Below it, a line chart with a grid is visible. At the bottom, there is a bar chart. The overall aesthetic is technical and data-oriented.

**Работилница:
„Математиката и предвидувањата”**

**Предвидување на
берзата со помош на
Маркови вериги**

**Андријана Поповска
11 Мај, 2016**

▶ Што претставува берза?

– Специјализиран пазар каде се “среќаваат” продавачи, купувачи и посредници (брокери). Постојат повеќе видови на берзи во зависност од предметот на тргување.

Извор: S.S.Mitra, M.J.Riggieri, Predicting Stock Prices,
Faculty of WORCESTER POLYTECHNIC INSTITUTE
January, 2011

▶ Која е целта на спроведеното истражување?

- да се покаже дека со помош на Маркови вериги може да се изврши предвидување на движењето на цените на акциите на берза во блиска иднина
- за пример се земени цените на акциите на компанијата Google



Основни математички поими кои се користат при истражувањето

- ▶ Дефиниција 1. *Случаен процес* $\{X_t \mid t \in [0, \infty)\}$ е индексирана фамилија од случајни променливи X_t , каде што променливата X_t мери иста карактеристика.
- ▶ Дефиниција 2. Случајниот процес $\{X_t \mid t \in [0, \infty)\}$ е *Маркова верига* ако
$$P\{X_{t+1}=j \mid X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\},$$
т.е. состојбата на процесот во време $t+1$, зависи само од состојбата во време t и од ниту една претходна.

- ▶ Дефиниција 3. Веројатност на премин од состојба i во состојба j во n - чекори се дефинира со

$$P_{ij}^{(n)} = P\{X_{t+n} = j | X_t = i\}$$

Аналогно, веројатност на премин од состојба i во состојба j по еден чекор е

$$P_{ij} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\}$$

- ▶ Дефиниција 4. Матрицата на премин P е квадратна матрица од n -ти ред, каде што n го претставува бројот на состојби во коишто може да се најде системот, а елементи на матрицата се p_{ij} веројатностите на премин од состојба i во состојба j .

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & P_{2n} \\ : & & & & : \\ \cdot & & & & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & \dots & P_{nn} \end{bmatrix}$$

- ▶ Дефиниција 5 *Стационарните веројатности* π_j се вредности кои ни покажуваат после голем број на премини колкава е веројатноста системот да се најде во конкретна состојба.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} = \pi_j$$

π_j (веројатност процесот да се најде во состојба j после n премини)

Притоа стационарната веројатност π_j ја задоволува равенката:

$$\pi_j = \sum_i \pi_i \cdot P_{ij}$$

и уште важи

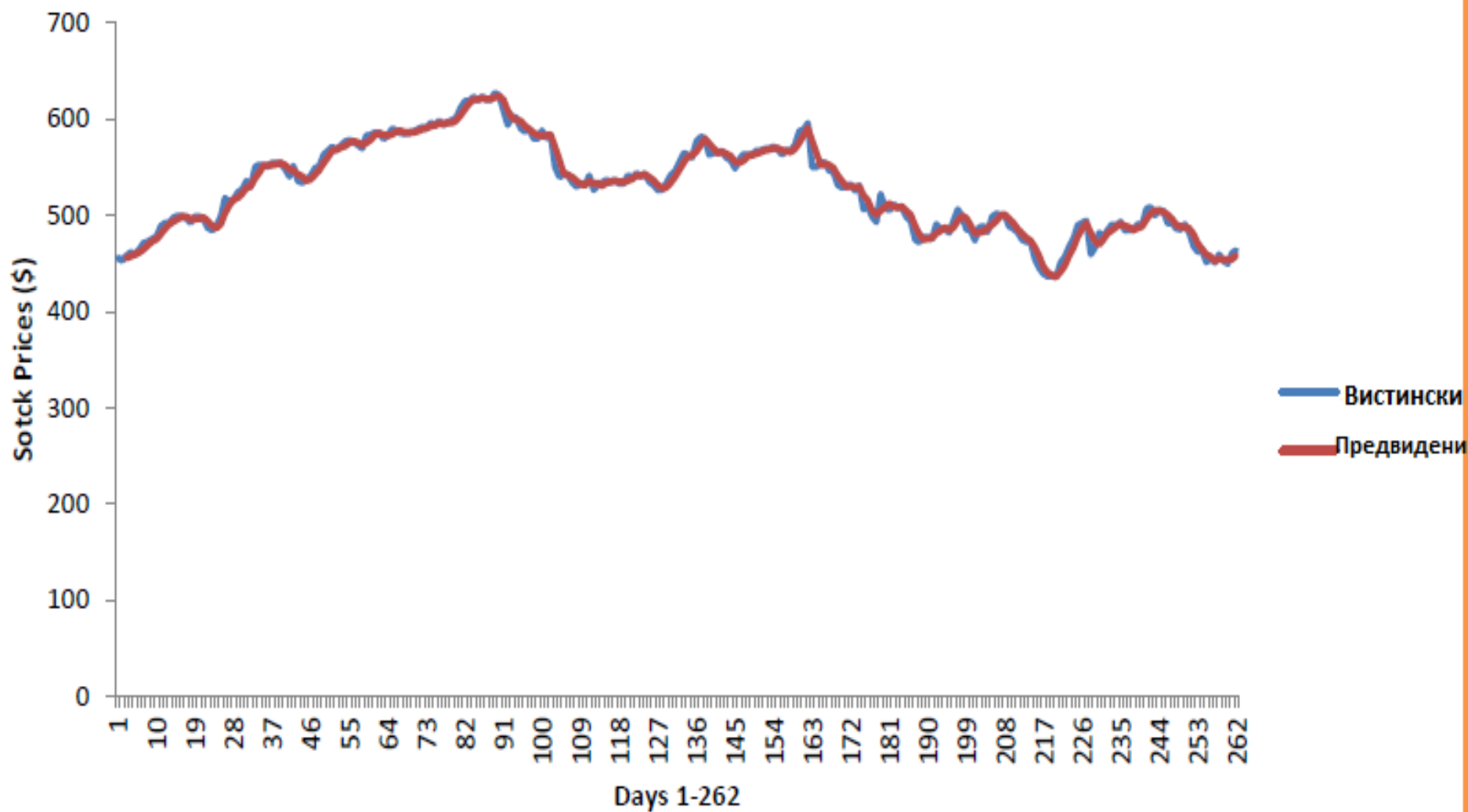
$$\sum_j \pi_j = 1$$

каде i и j се индекси на било кои две од можните состојби на системот.

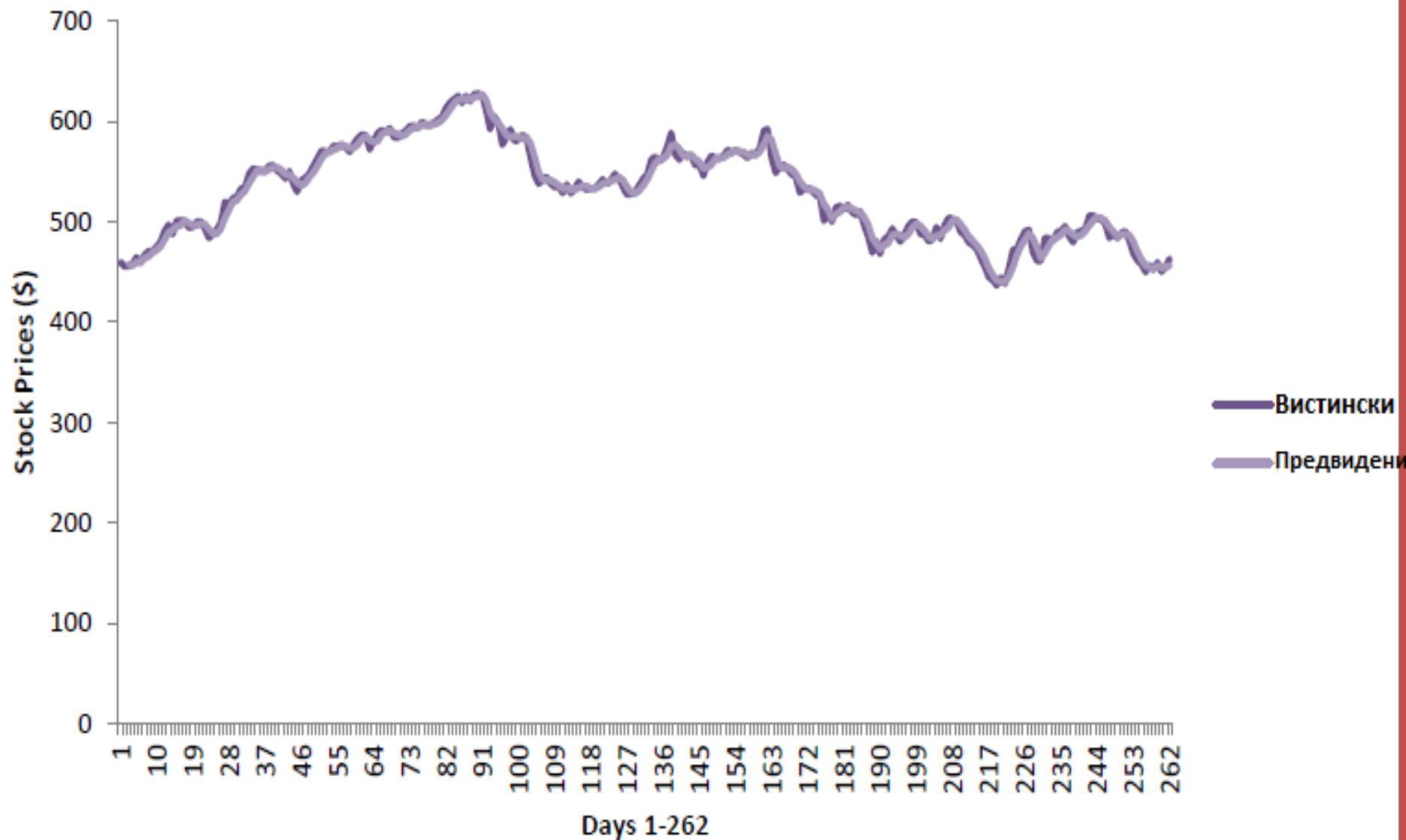
Објаснување на постапката

Ден	Крајни цени (closing prices)	Просечни цени интервал $i=3$	Разлика на цени (вистински - просечни)	Почетни цени (opening prices)	Просечни цени интервал $i=3$	Разлика на цени (вистински - просечни)
1-Sep-09	455.76	#N/A		459.68	#N/A	
2-Sep-09	453.01	#N/A		455.82	#N/A	
3-Sep-09	457.52	455.43	2.09	455.82	457.1066667	-1.286666667
4-Sep-09	461.3	457.2766667	4.023333333	457.57	456.4033333	1.166666667
8-Sep-09	458.62	459.1466667	-0.526666667	464.29	459.2266667	5.063333333
9-Sep-09	463.97	461.2966667	2.673333333	459.06	460.3066667	-1.246666667
10-Sep-09	470.94	464.51	6.43	466.65	463.3333333	3.316666667
11-Sep-09	472.14	469.0166667	3.123333333	470.4	465.37	5.03
14-Sep-09	475.12	472.7333333	2.386666667	470.51	469.1866667	1.323333333
15-Sep-09	477.54	474.9333333	2.606666667	475.08	471.9966667	3.083333333
16-Sep-09	488.29	480.3166667	7.973333333	479.8	475.13	4.67
17-Sep-09	491.72	485.85	5.87	490.57	481.8166667	8.753333333
18-Sep-09	491.46	490.49	0.97	496.77	489.0466667	7.723333333

Движење на просечните цени
интервал $i=3$
(крајни цени)



Движење на просечните цени
интервал $i=3$
(почетни цени)



- ▶ Пресметување на разликите помеѓу вистинската цена и просечната цена од секој ден
- ▶ Така добиените разлики се сега нашите нови податоци со кои работиме
- ▶ Поделба на разликите во четири групи(интервали): P1 ,P2,P3 и P4

(цела постапка се повторува како за почетните, така и за крајните цени)

Најмала разлика	-28.00666667
Најголема разлика	17.16333333
Вкупен интервал	[-28.0066667, 17.1633333]
Група P1	[-28.0066667, -5.42166666666668]
Група P2	(-5.42166666666668, 0.224583333]
Група P3	(0.224583333333314, 3.04770833333331]
Група P4	(3.047708333, 17.16333333]

Интервали на разлики на крајните цени (i=3)

Најмала разлика	-19.2233
Најголема разлика	17.35333
Група P1	[-19.2233, -5.50708]
Група P2	(-5.50708, 3.637083]
Група P3	(3.637083, 10.49521]
Група P4	(10.49521, 17.35333]

Интервали на разлики на почетните цени (i=3)

- ▶ Пресметување на бројот на разлики во секоја од групите
- ▶ пресметување на бројот на премините на разликите од група во група т.е од состојба во состојба (пример, ако разликата во 100тиот ден се наоѓала во групата P2, а во 101виот во групата P3 значи дека има премин од состојба 2 во состојба 3 и бележиме едно броење како P23

бр.на податоци во P1	41
бр.на податоци во P2	78
бр.на податоци во P3	72
бр.на податоци во P4	69
бр.на податоци во P11	16
бр.на податоци во P12	13
бр.на податоци во P13	7
бр.на податоци во P14	5
бр.на податоци во P21	14
бр.на податоци во P22	27
бр.на податоци во P23	20
бр.на податоци во P24	17
бр.на податоци во P31	8
бр.на податоци во P32	29
бр.на податоци во P33	22
бр.на податоци во P34	13
бр.на податоци во P41	3
бр.на податоци во P42	9
бр.на податоци во P43	22
бр.на податоци во P44	34

Крајни цени

бр.на податоци во P1	39
бр.на податоци во P2	151
бр.на податоци во P3	64
бр.на податоци во P4	6
бр.на податоци во P11	15
бр.на податоци во P12	21
бр.на податоци во P13	3
бр.на податоци во P14	0
бр.на податоци во P21	21
бр.на податоци во P22	100
бр.на податоци во P23	28
бр.на податоци во P24	2
бр.на податоци во P31	2
бр.на податоци во P32	29
бр.на податоци во P33	28
бр.на податоци во P34	4
бр.на податоци во P41	1
бр.на податоци во P42	0
бр.на податоци во P43	5
бр.на податоци во P44	0

Почетни цени

► Определување на матрицата на премин

– нејзините елементи ги претставуваат веројатностите на премин од една во друга состојба и се добиваат такашто бројот на премини P_{ij} се дели со бројот на разлики кои се наоѓаат во состојба P_i

$$\begin{bmatrix} \frac{16}{41} & \frac{13}{41} & \frac{7}{41} & \frac{5}{41} \\ \frac{7}{39} & \frac{9}{26} & \frac{10}{39} & \frac{17}{78} \\ \frac{1}{1} & \frac{29}{29} & \frac{11}{11} & \frac{13}{13} \\ \frac{9}{1} & \frac{72}{3} & \frac{36}{22} & \frac{72}{34} \\ \frac{1}{23} & \frac{3}{23} & \frac{22}{69} & \frac{34}{69} \end{bmatrix}$$

Матрица на премин на крјните цени

$$\begin{bmatrix} \frac{15}{39} & \frac{21}{39} & \frac{3}{39} & \frac{0}{39} \\ \frac{21}{100} & \frac{100}{100} & \frac{28}{28} & \frac{2}{2} \\ \frac{151}{2} & \frac{151}{29} & \frac{151}{28} & \frac{151}{4} \\ \frac{64}{1} & \frac{64}{0} & \frac{64}{5} & \frac{64}{0} \\ \frac{1}{6} & \frac{0}{6} & \frac{5}{6} & \frac{0}{6} \end{bmatrix}$$

Матрица на премин на почетните цени

- ▶ Откако е најдена матрицата на премин со решавање на системот од линеарни равенки кој е даден во дефиниција 5, се добиваат стационарните веројатности

$\pi_j = [0,25; 0,25; 0,25; 0,25]$, за крајните цени

$\pi_j = [0.2408; 0.2411; 0.2386; 0.2792]$, за почетните цени

- ▶ Според тоа веројатноста крајните цени(цени на крајот од денот) на акциите во следниот ден да се најдат во:

состојба 1 е $\pi_1 = 0,25$

состојба 2 е $\pi_2 = 0,25$

состојба 3 е $\pi_3 = 0,25$

состојба 4 е $\pi_4 = 0,25$

Аналогно следува и за почетните цени(цени на почетокот од денот).

**Ви благодарам за
вниманието**

