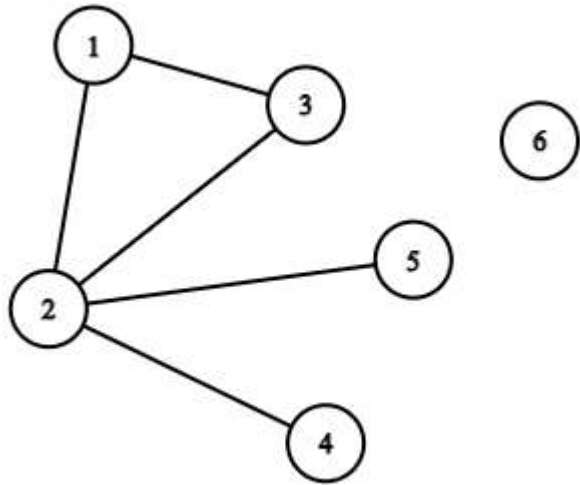
The background features a network of grey nodes connected by thin lines, overlaid on a white background. On the left and right sides, there are stylized profiles of human heads facing each other. The profiles are filled with colors: yellow, blue, and purple. A large, semi-transparent yellow circle is positioned in the center of the image, behind the main title text.

Природно-математички факултет, Скопје
Институт за математика
ШЕСТИ СЕМИНАР „МАТЕМАТИКА И ПРИМЕНИ“

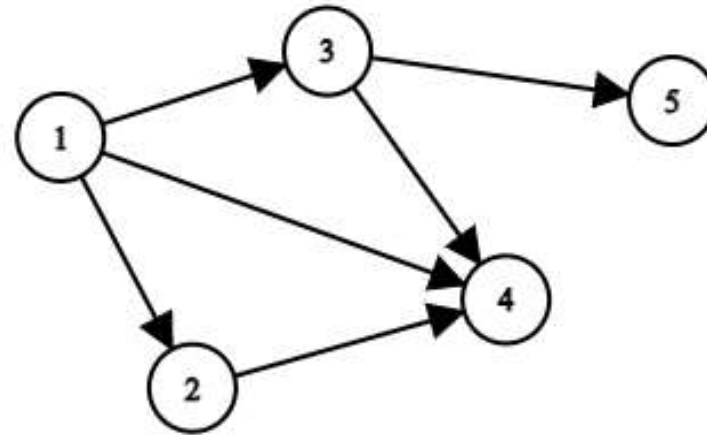
**НАЈКРАТОК ПАТ
ВО СОЦИЈАЛНИ МРЕЖИ:
ПРИЈАТЕЛИ, ПОЗНАНИЦИ
И ИНФЛУЕНСЕРИ**

Гордана Николовска
Скопје, 17.3.2023 година

Ненасочен и насочен граф



Ненасочен граф $G = (N, A)$ со множество темиња $N = \{1,2,3,4,5,6\}$ и множество од ребра $A = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}\}$.



Насочен граф $G = (N, A)$ со множество темиња $N = \{1,2,3,4,5\}$ и множество од ребра $A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,4), (3,4), (3,5)\}$.

Матрици

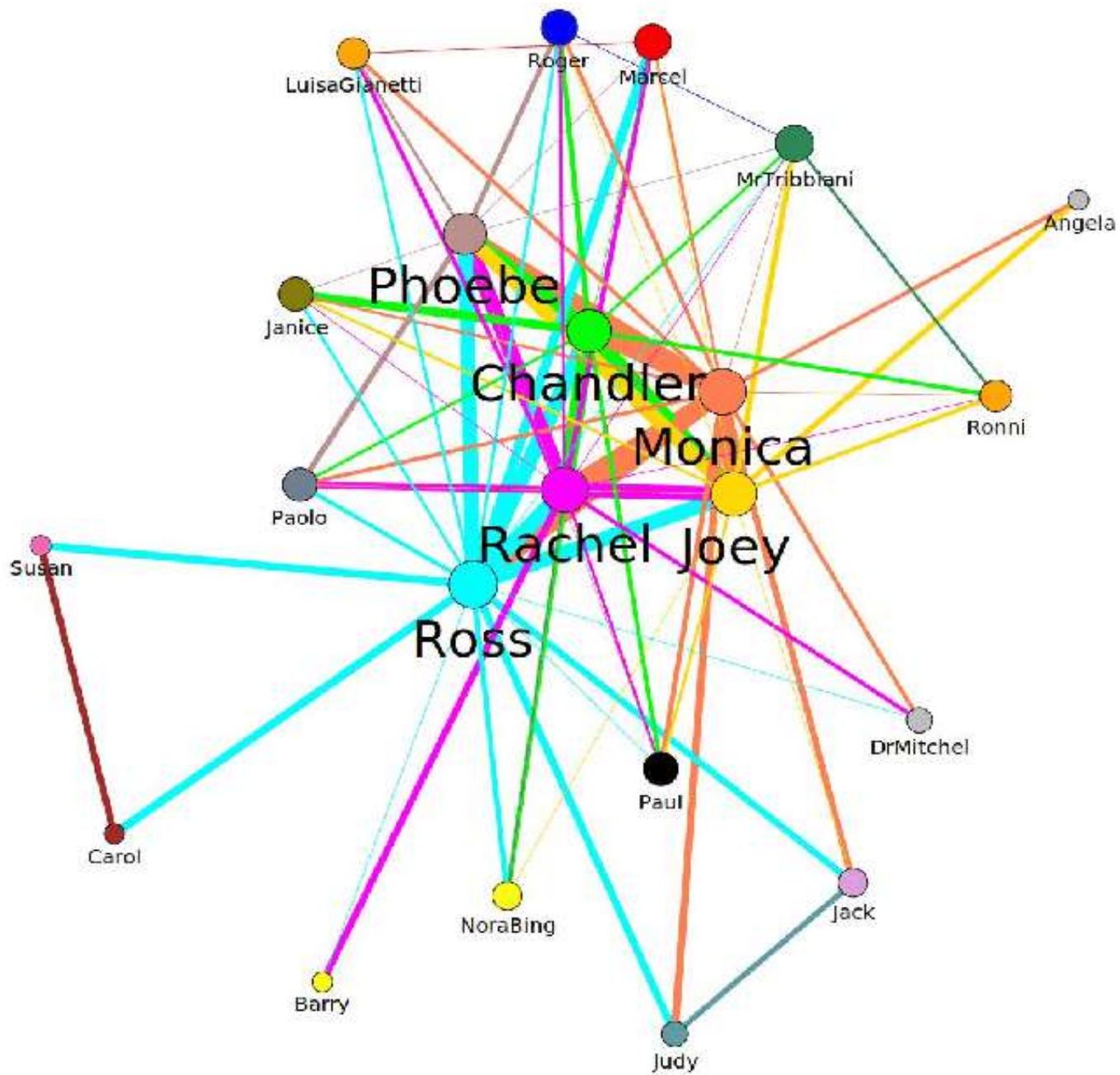
Граф	Матрица на соседство	Матрица на инцидентност	Тежинска матрица
	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	<p>Редослед на ребрата: $e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{24}, e_{34}, e_{35}$</p> $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \infty & 3 & 1 & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 6 & -1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix}$

Сврзаност и патишта во социјални мрежи

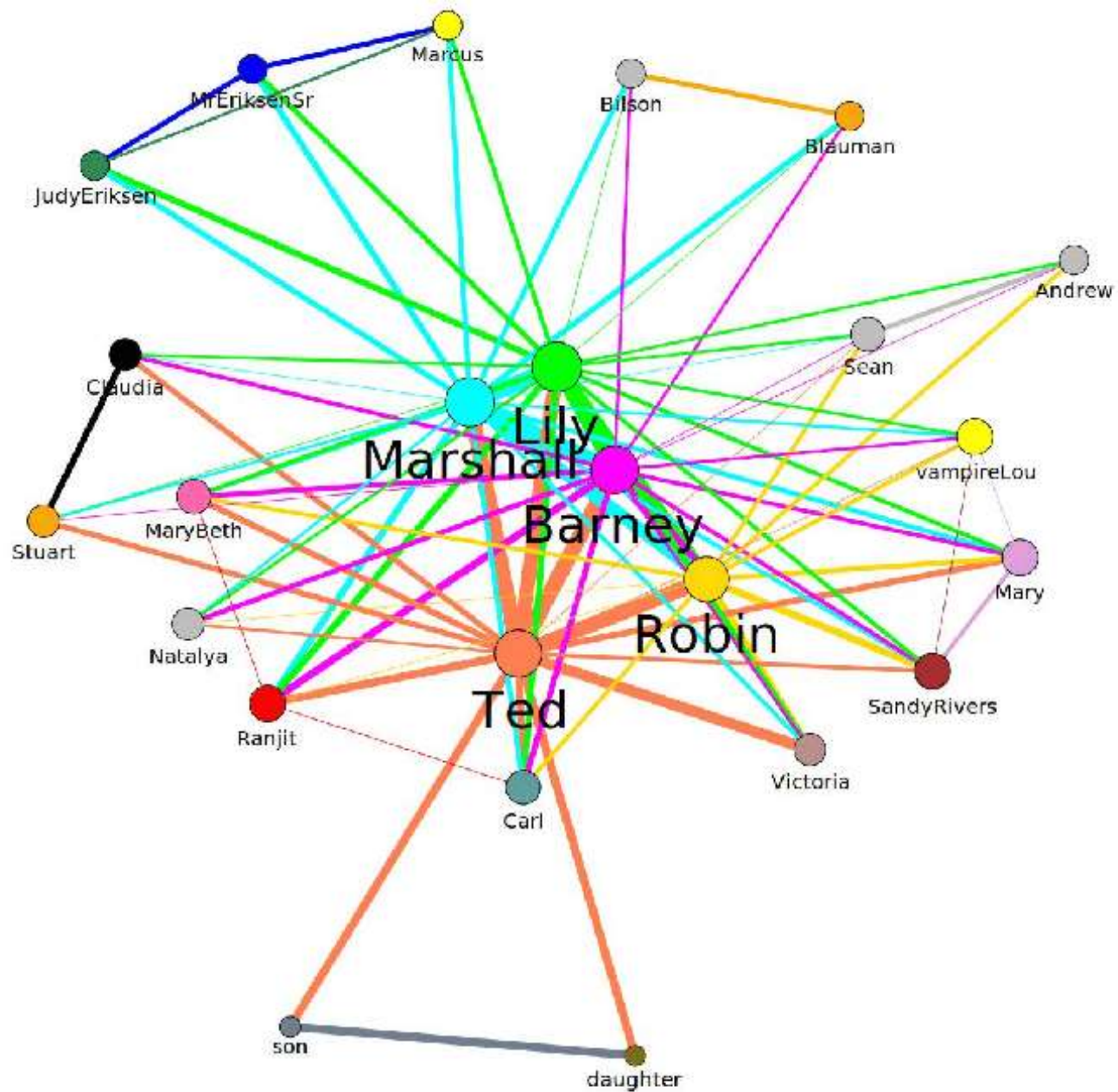
Степен на теме	<i>Кој е најмногу/најмалку популарен во мрежата? Кој може да исконтактира со најмногу членови од мрежата?</i>
Степен помеѓу	<i>Кој може најсилно да го контролира текот на информации во мрежата? Кој може да предизвика прекин/тешкотии во мрежниот тек ако биде отстранет од мрежата?</i>
Близина	<i>Кој може најбрзо да рашири информација во мрежата? Кој може најефикасно да добие информации од другите лица во мрежата?</i>
Сопствена поврзаност	<i>Колку контакти имаат контактите на тој што има многу контакти?</i>
Ранг на страна	<i>Кој е најдостапен од членовите во мрежата?</i>

Пример 1 за
социјален граф:

F•R•I•E•N•D•S

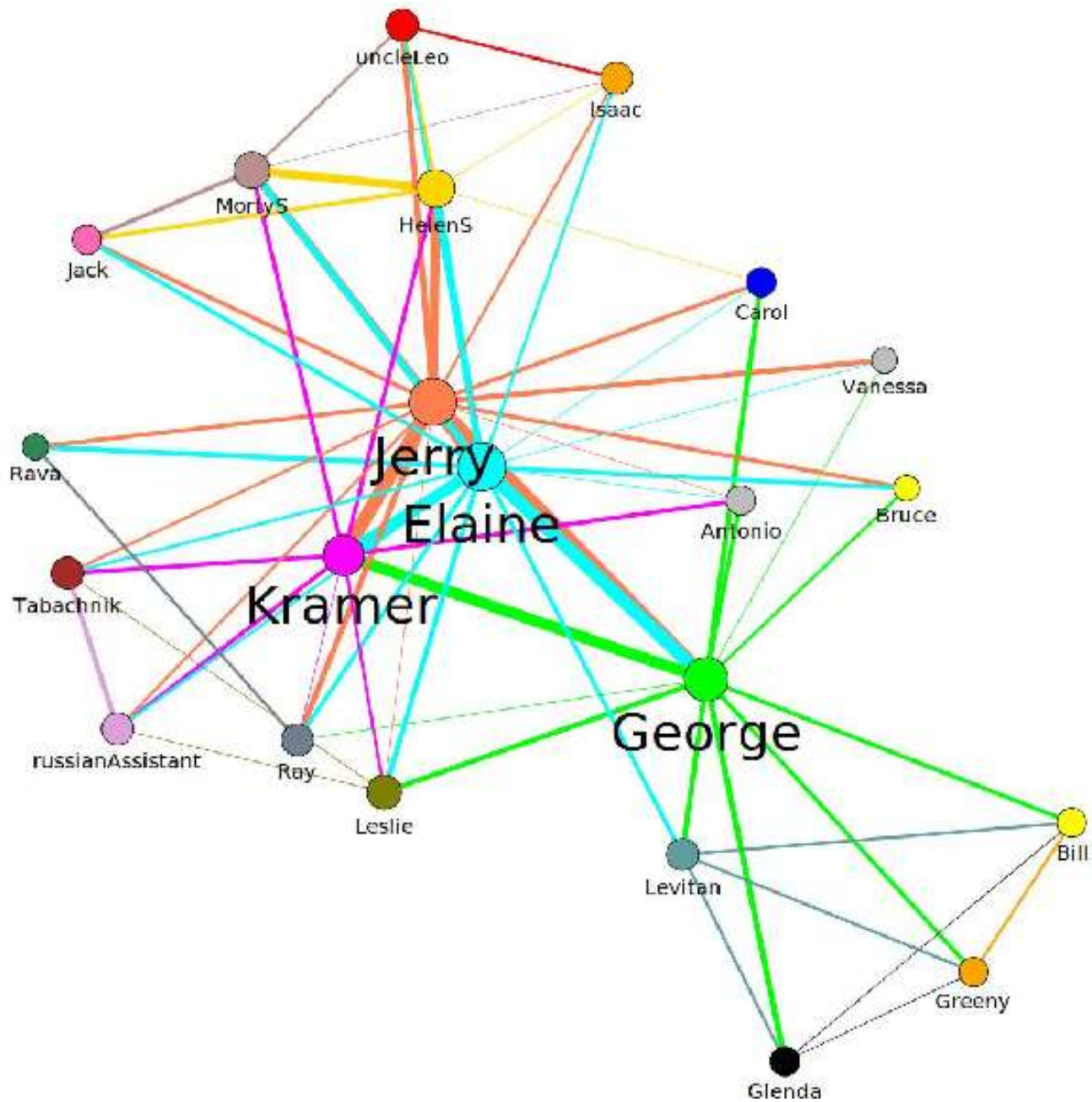


Пример 2 за социјален граф:

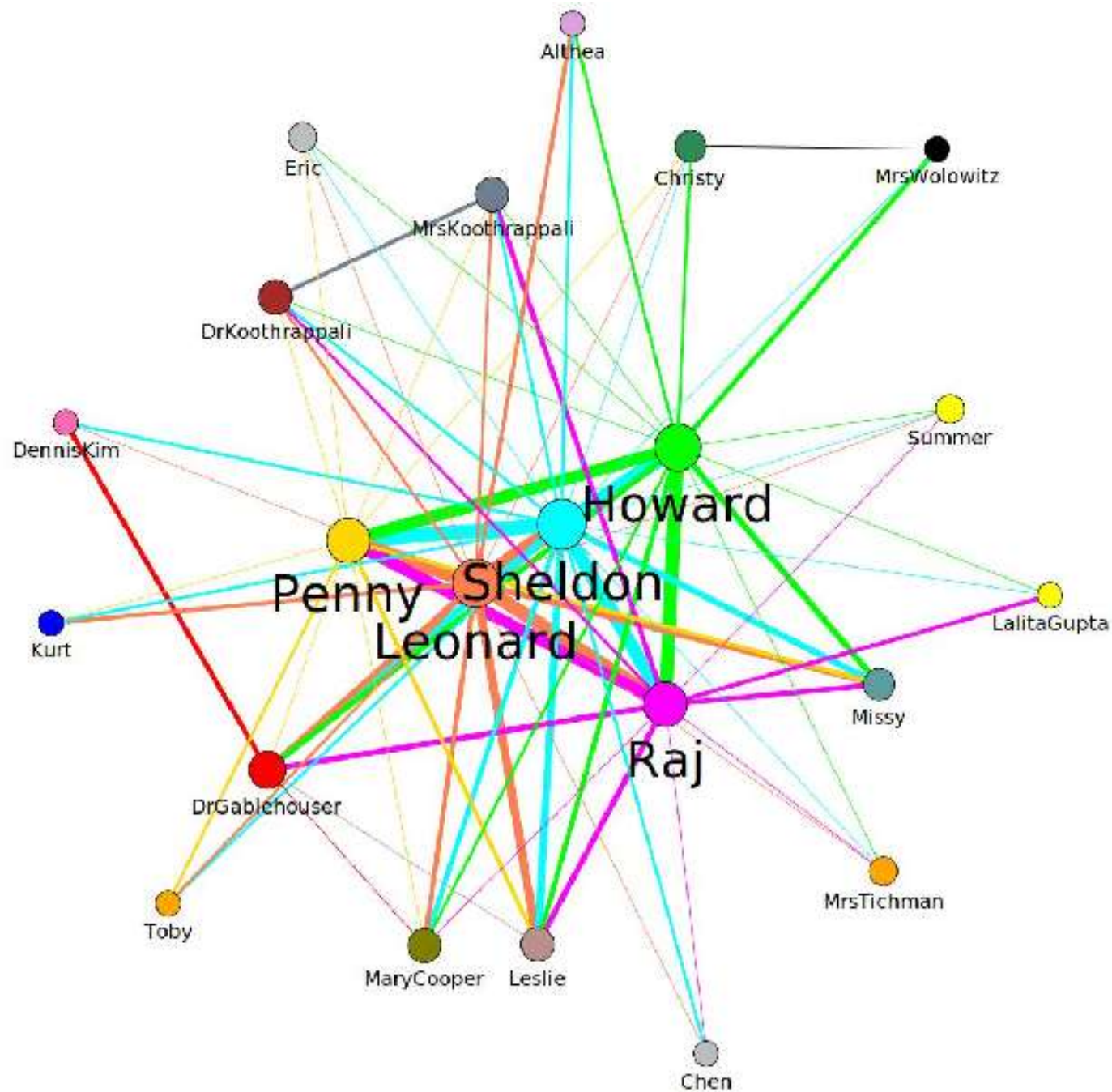


Пример 3 за
социјален граф:

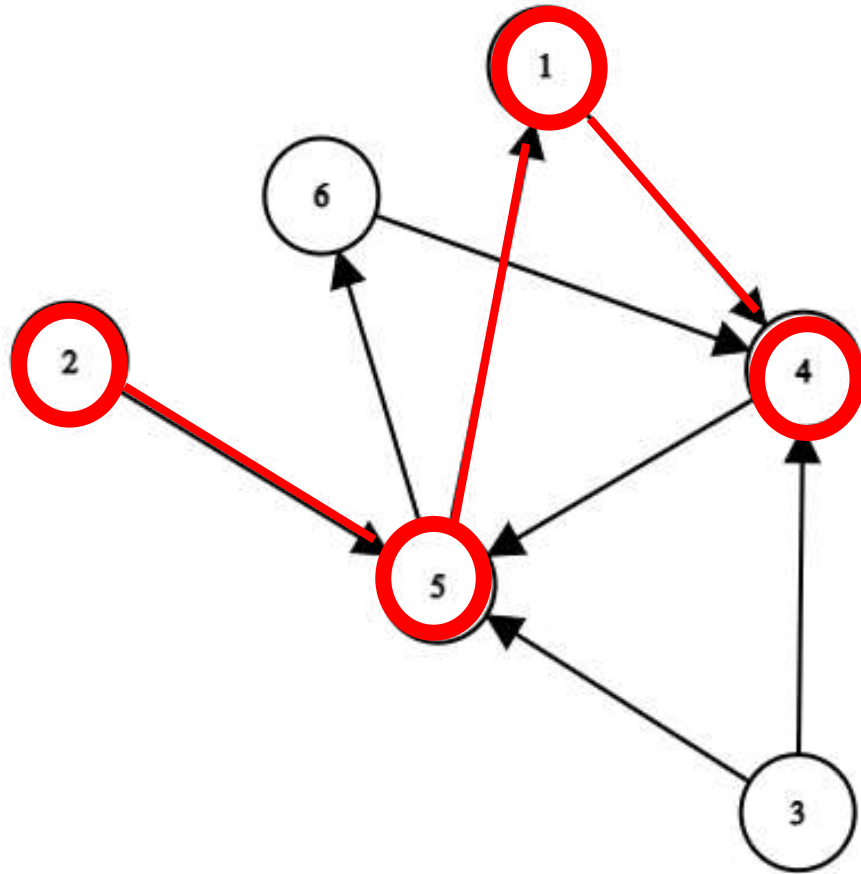
Seinfeld



Пример 4 за социјален граф:



Пат во насочен граф



Пат P во насочен граф $G = (N, A)$ е низа од темиња (n_1, n_2, \dots, n_k) , $k \geq 2$ и соодветна низа од $k - 1$ ребра, таква што i -тото ребро во низата е или (n_i, n_{i+1}) или (n_{i+1}, n_i) .

Пример:

Патот $2 - (2,5) - 5 - (5,1) - 1 - (1,4) - 4$ е напред-насочен пат со почеток 2 и дестинација 4.

Во патот $2 - (2,5) - 5 - (3,5) - 3 - (3,4) - 4 - (1,4) - 1$, ребрата $(2,5)$ и $(3,4)$ се напред-насочени, а ребрата $(3,5)$ и $(1,4)$ се назад-насочени.

Патот $5 - (5,6) - 6 - (6,4) - 4 - (4,5) - 5$ е напред-насочен и е циклус.

Задача на најкраток пат

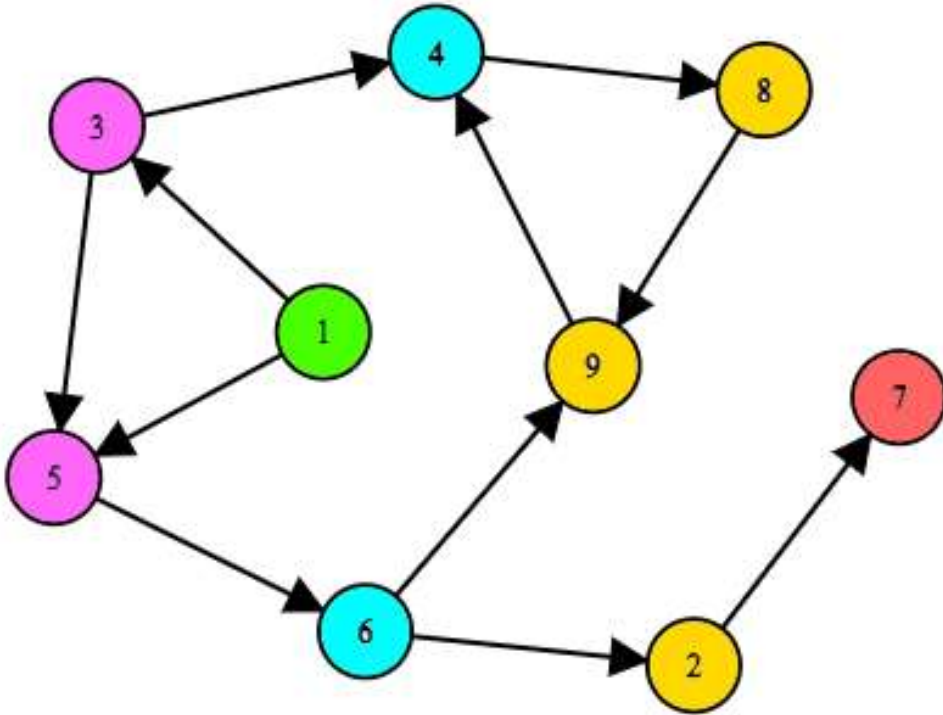
$$\min \sum_{(i,j) \in A} a_{ij} x_{ij}$$

при услови

$$\sum_{\{j | (i,j) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j | (j,i) \in A\}} x_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{ако } i = s \\ -1 & \text{ако } i = t, \forall i \in N \\ 0 & \text{инаку} \end{cases}$$
$$0 \leq x_{ij}, \forall (i,j) \in A.$$

Задачата на најкраток пат е еквивалентна на задача на минимален трошок во која пренесуваме 1 единица количество од темето s до темето t .

BFS (Breadth-first search) алгоритам за пребарување



Посетени темиња	Темиња кои се посетуваат во тековната итерација	Растојание од почетокот до темињата кои се посетени во тековната итерација во број на ребра
1 – теме почеток	3,5	1
1,3,5	4,6	2
1,3,5,4,6	8,2,9	3
1,3,5,4,6,8,2,9	7	4

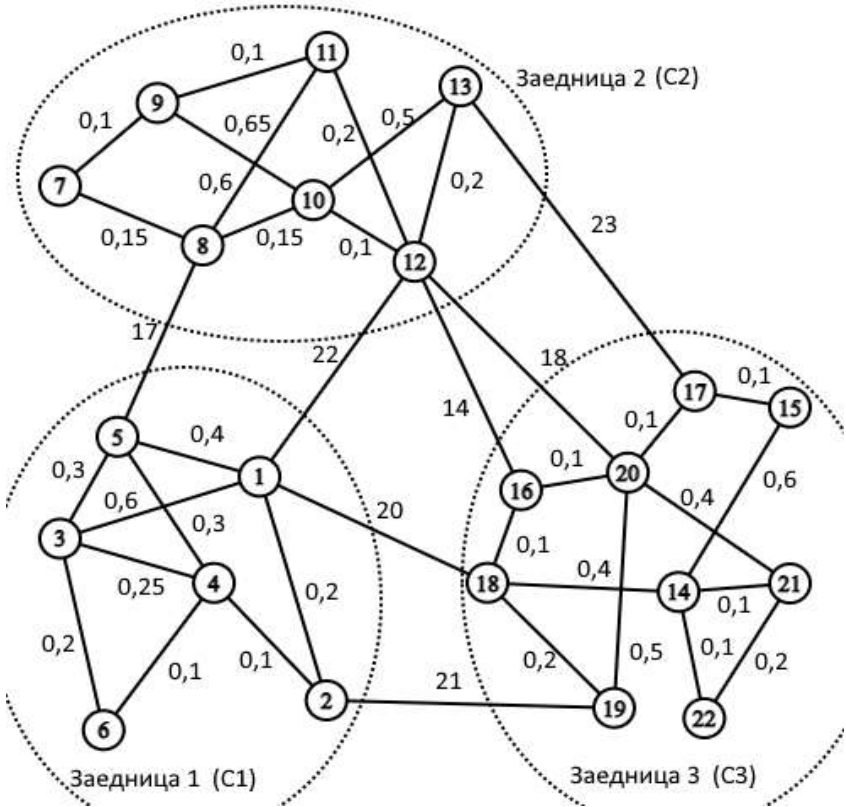
Одредување на најкраток пат во социјални мрежи со помош на структура на заедници

Заедница во една мрежа се дефинира како подмножество од графот во кое врските меѓу членовите внатре во заедницата се погусты (поблиски) во споредба со нивните врски со другите членови од мрежата. Со други зборови, заедниците се групи од членови кои имаат заеднички особини и/или имаат слична улога во графот.

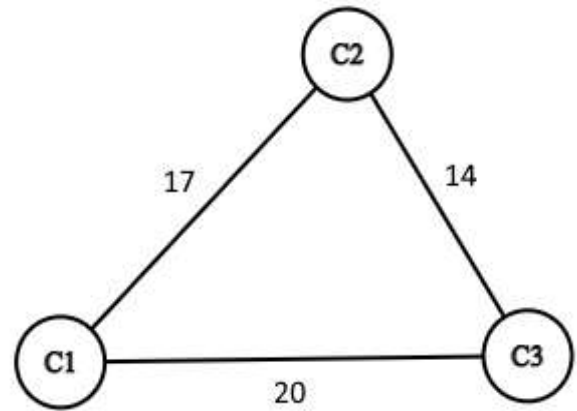
Алгоритам за одредување најкраток пат во социјални мрежи со помош на структура на заедници

1. Детектирање заедници
2. Формирање на граф од заедници
3. Одредување на K најкратки патишта помеѓу заедницата која го содржи темето-почеток и заедницата која го содржи темето-дестинација
4. Формирање на подграф од графот на заедници со одредените K најкратки патишта
5. Се пребарува најкраткиот пат од темето-почеток до темето-дестинација во подграфот формиран во чекор 4

Пример: Одредување на најкраток пат во социјални мрежи со помош на структура на заедници



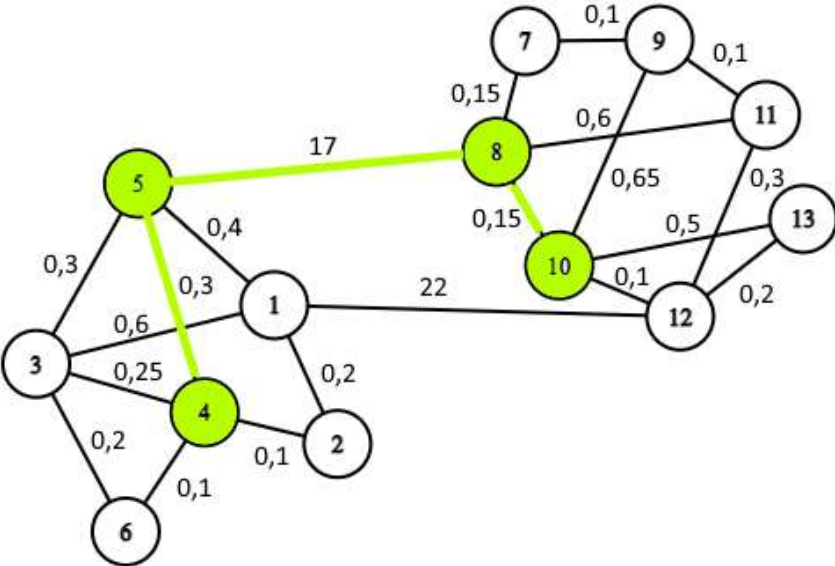
1. Детектирање заедници



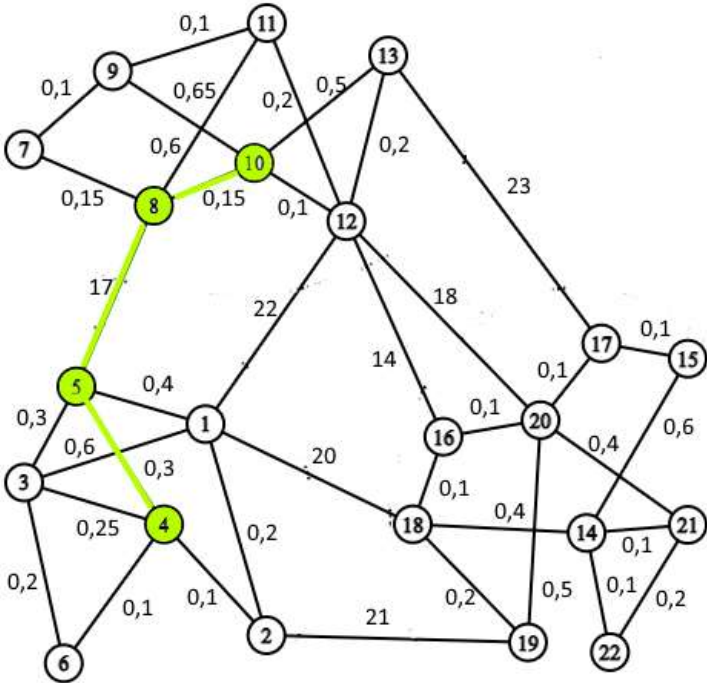
2. Формирање на граф од заедници

Пример: Одредување на најкраток пат во социјални мрежи со помош на структура на заедници

- 3. Одредување на K најкратки патишта (алгоритам на Јен) помеѓу заедницата која го содржи темето-почеток $s = 4$ и заедницата која го содржи темето-дестинација $t = 10$
- 4. Формирање на подграф од графот на заедници со одредените K најкратки патишта



Подграф за пребарување ако $K = 1$

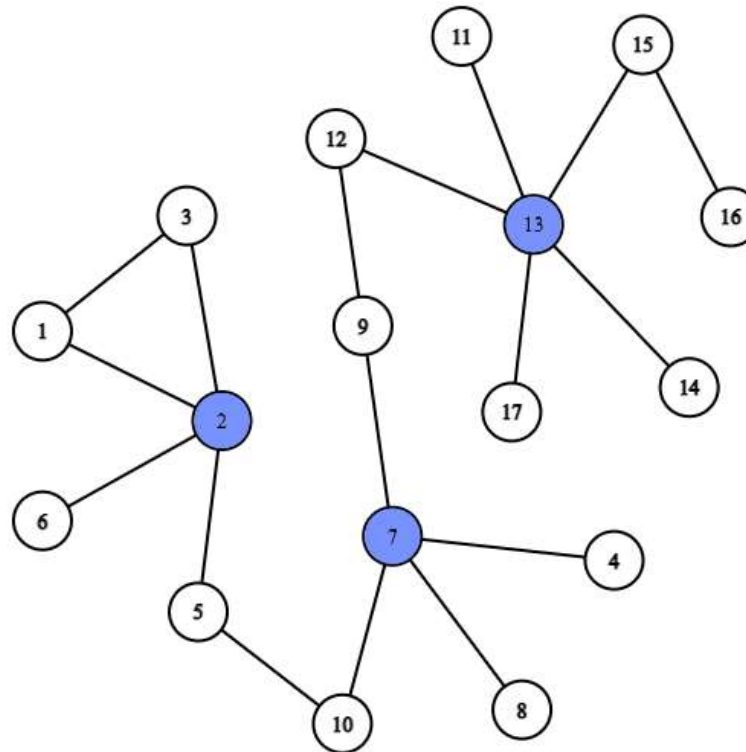


Подграф за пребарување ако $K = 2$

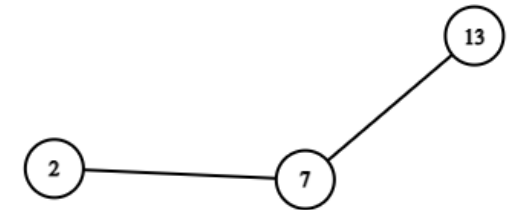
Апроксимација на најкраткиот пат во големи графови со хиерархиска структура

Конструирање хиерархиска мрежа

- Нормални темиња;
- Супер темиња;
- Централни темиња;
- Поттемиња се сите темиња за кои постои пат од нив до централното теме, тој пат има радиус r . За секое централно теме, најголемото растојание од централното теме до негово подтеме се вика радиус на тоа супер теме.



Ниво i



Ниво $i + 1$

Сила на патиштата во социјални мрежи

Влијание

Влијание на темето i врз темето j :

$$\text{influence}(i, j) = \frac{\text{invests}(j, i)}{\sum_{x \in N} \text{invests}(j, x)}$$

Влијателна личност

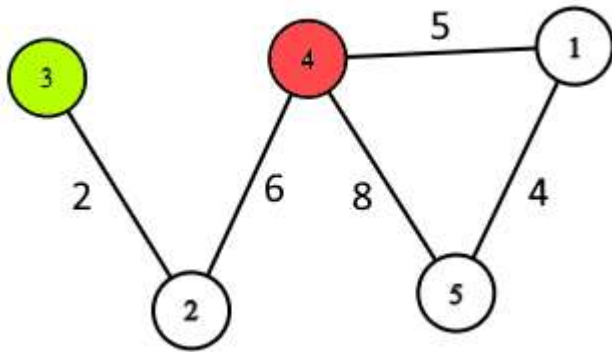
Влијанието на едно теме во графот е збир од влијанијата кои темето ги има кон сите темиња:

$$\text{influence}(i) = \sum_{x \in N} \text{influence}(i, x)$$

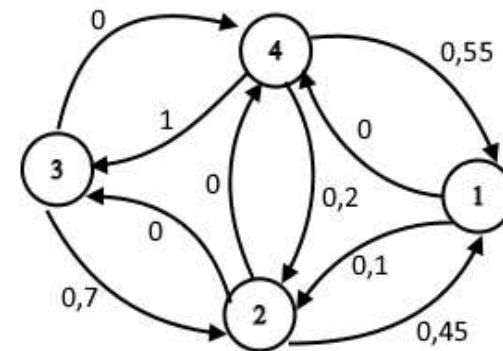
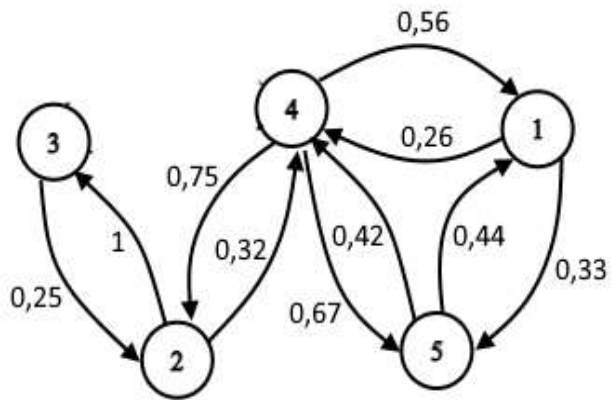
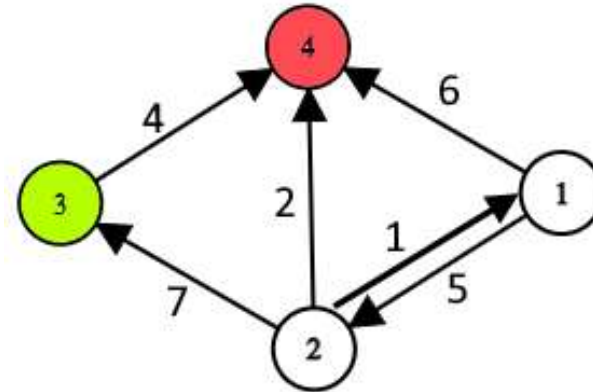


Пример: Влијание на темињата во графот

G_1



G_2



Пример: Одредување најсилен пат

Сила $S(P)$ на патот P :

$$S(P) = \prod_{e_i \in P} D \cdot \text{influence}(e_i),$$

каде што $D \in [0,1]$ е коефициент на пропуст.

$$X(G_1') = \begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & 1,3863 & 1,1499 \\ \infty & \infty & 0,0513 & 1,2040 & \infty \\ \infty & 1,4376 & \infty & \infty & \infty \\ 0,6391 & 0,3390 & \infty & \infty & 0,4568 \\ 0,8622 & \infty & \infty & 0,9163 & \infty \end{bmatrix}$$

Алгоритам за одредување најсилен пат

Се внесуваат: G, s, d

Чекор 1. Се одредува матрицата на влијание на графот G со формулата

$$\text{influence}(i, j) = \frac{\text{invests}(j, i)}{\sum_{x \in N} \text{invests}(j, x)}$$

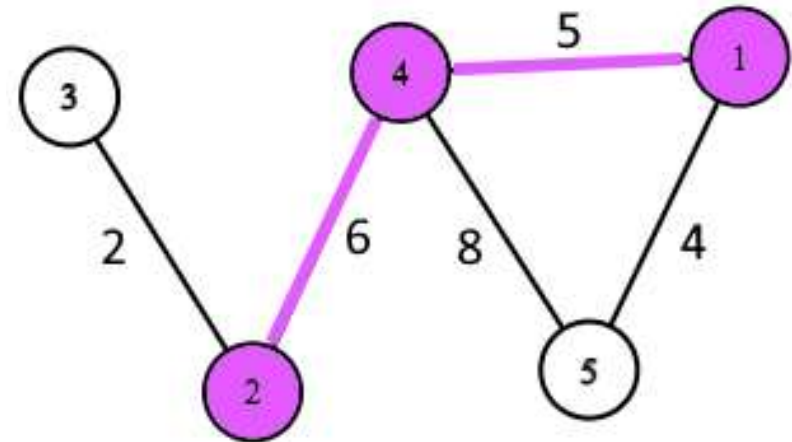
за секое ребро $(i, j) \in A$.

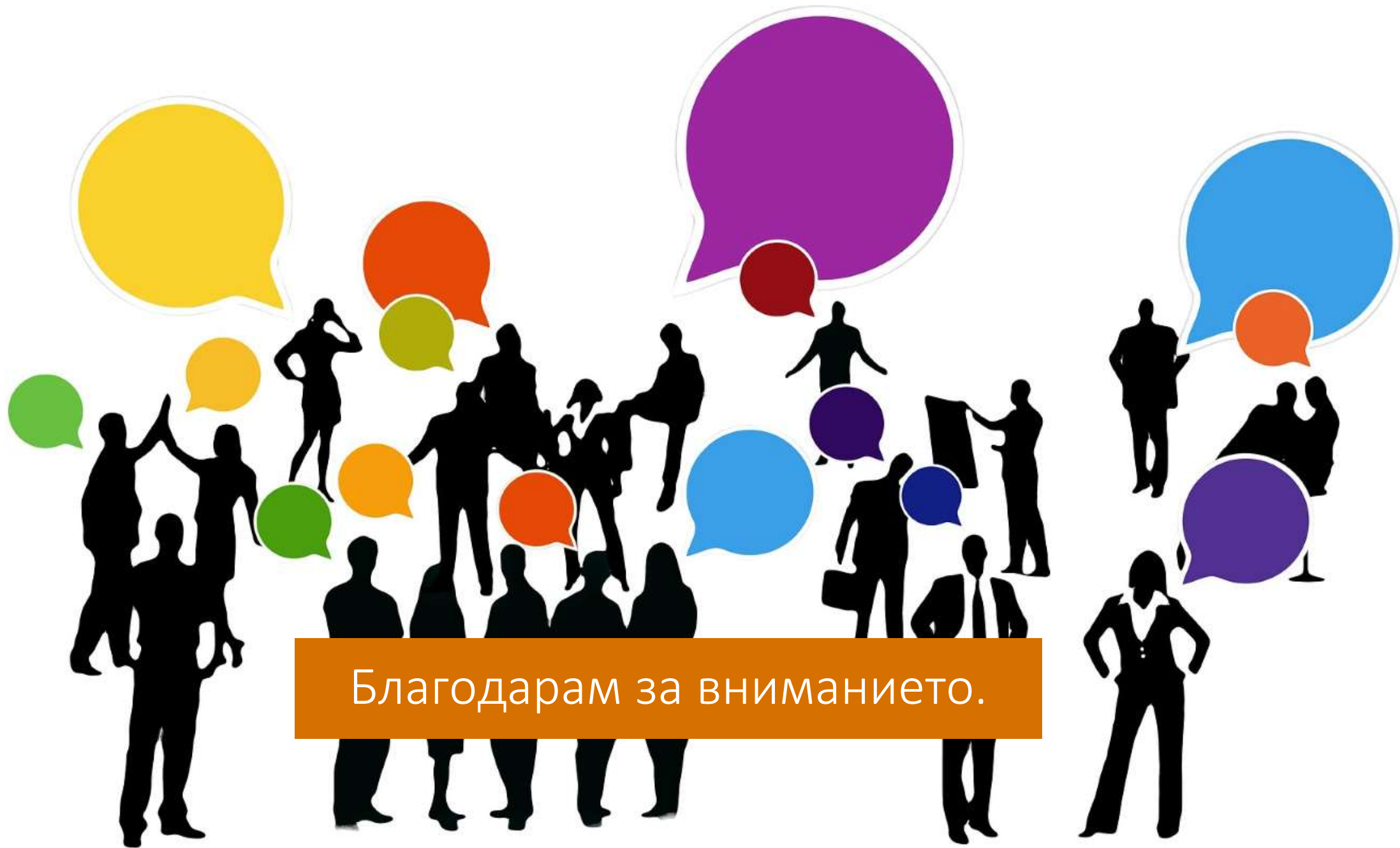
Чекор 2. Се пресметува тежинска матрица на графот $G' = (N, A')$ со

$$\text{формулата } \log \frac{1}{D} + \log \left(\frac{1}{\text{influence}(e_i)} \right),$$

за секое ребро $e_i \in A$.

Чекор 3. Се одредува најкраток пат (алгоритам на Дикстра/аукциски алгоритам) од темето s до темето t со алгоритам за најкраток пат.





Благодарам за вниманието.