



СТРАТИФИЦИРАН СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК

Шести семинар „Математика и примени“ 17 март 2023
Институт за математика, Природно-математички факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

Стево Ѓоргиев

Скопје, 2023 година

ПОПУЛАЦИЈА

- Множеството чијшто елементи задоволуваат одредени карактеристики кои се предмет на истражување во едно статистичко истражување се нарекува популација.

- Популацијата може да се подели на:

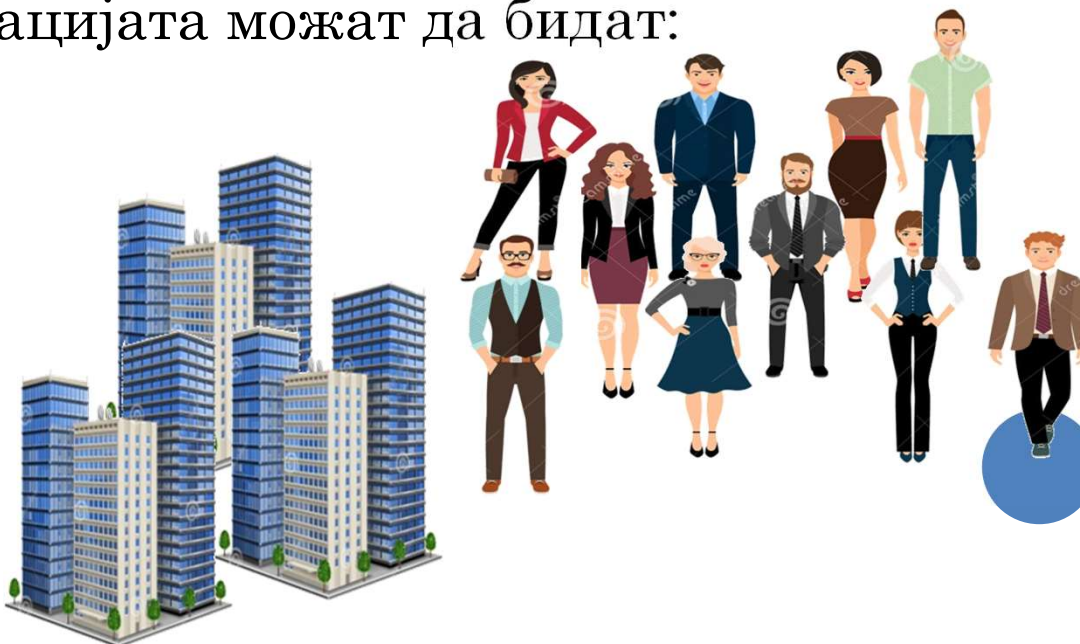
- хомогена популација,
- хетерогена популација



SCHOOL

- Елементи на популацијата можат да бидат:

- индивидуи,
- домаќинства,
- претпријатија,
- маркети,
- училишта и слично



ПРИМЕРОК

- Спроведувањето на едно истражување со целосен опфат, бара ангажирање на голем број на ресурси и средства, што не е секогаш возможно.
- Најчесто се избира подмножество од популацијата кое го нарекуваме **примерок**.
- Примерокот како подмножество од популацијата, потребно е на најдобар начин да ги претставува останатите елементи од популацијата кои не се вклучени во примерокот, односно да биде репрезентативен.
- Поголема репрезентативност на примерокот значи поголема точност на заклучоците од истражувањето и подобри резултати при генерализирање.



МЕТОДИ ЗА ИЗБОР НА ПРИМЕРОК

- Веројатносни методи за избор на примерок
 - Примероците кои се избираат со помош на веројатносни методи за избор на примерок ги нарекуваме веројатносни примероци.
 - Веројатносниот примерок уште се нарекува и случаен или репрезентативен примерок.
- Неверојатносни методи за избор на примерок
 - Примероците кои се избираат со помош на неверојатносни методи за избор на примерок уште ги нарекуваме и неслучајни примероци или намерни (со проценка) примероци.
 - При неслучаен примерок, секој елемент од популацијата нема можност да учествува при изборот на примерокот врз база на кој ќе се спроведе истражување

ВИДОВИ ВЕРОЈАТНОСНИ ПРИМЕРОЦИ

- Прост случаен примерок
- Систематски случаен примерок
- Стратифициран случаен примерок
- Кластер примерок
- Повеќестепен примерок

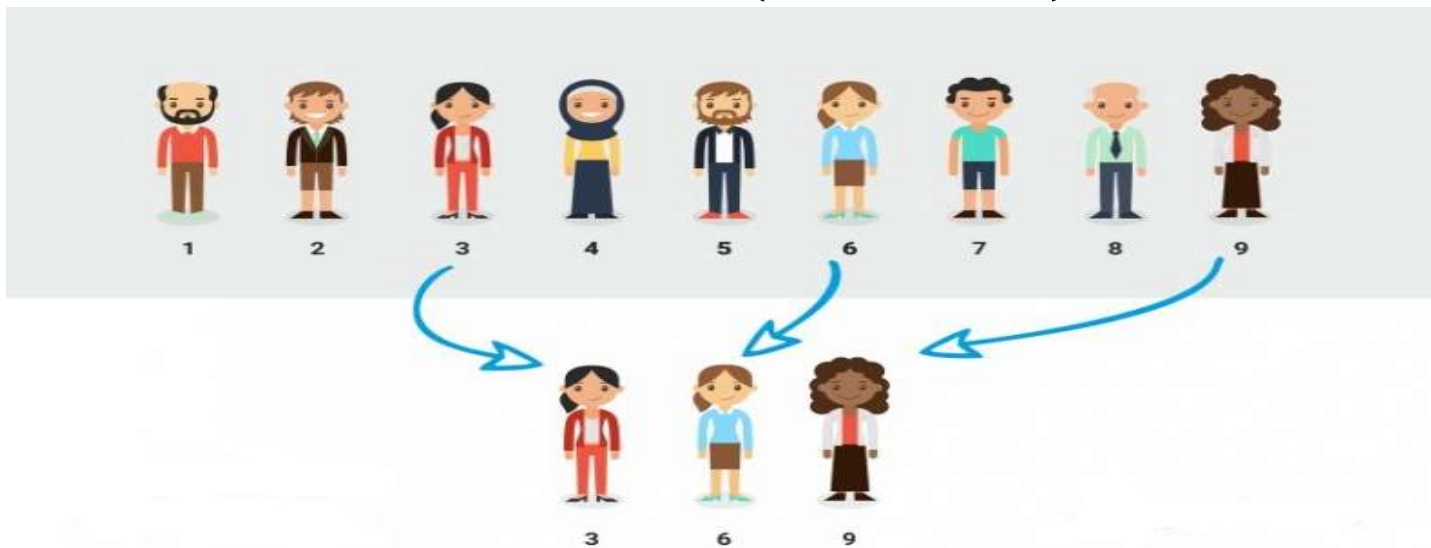


СИСТЕМАТСКИ СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК

- Секој елемент од популацијата нема иста веројатност на избор
- Елементите на примерокот ги избираме со т.н. чекор на избор

$$k = \begin{cases} \frac{N}{n}, \text{ ако } \frac{N}{n} \in \mathbb{Z} \\ \left[\frac{N}{n} \right] + 1, \text{ ако } \frac{N}{n} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

- На случаен начин избираме еден цел број од интервалот $[1, k]$ кој го означуваме со R
- Примерокот е множеството $S = \{R + lk \mid l \in \mathbb{Z}\}$



СТРАТИФИЦИРАН СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК

- Популацијата е хетерогена, односно секој елемент на популацијата не ги задоволува сите карактеристики кои се предмет на истражување.
- Елементите на популацијата се разликуваат еден од друг по одредена карактеристика.
- Се формираат подгрупи од популацијата кои се хомогени, т.е. сите елементи на подгрупата задоволуваат исти карактеристики.
- Вака формираните подгрупи ги нарекуваме **стратуми**.
- Најчесто употребувани критериуми за креирање на стратуми се пол, возраст, социоекономски статус и слично.
- Формирањето на стратумите, всушност може да се толкува како разбивање на популацијата на дисјункти подмножества, наречени стратуми.

КАРАКТЕРИСТИКИ НА СТРАТИФИЦИРАН СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК

- неопходно е да се фомира **примерочна рамка**
- потребно е да се изготви и **рамка на стратум**
- големо значење во случај кога се разгледува хетерогена популација
- бара вложување на големи напори во процесот за избор
- големи трошоци за спроведување на истражување со овој вид на примерок



РАСПОРЕД НА ЕЛЕМЕНТИ ПО СТРАТУМИ

○ Пропрционално распоредување

- Бројот на предвидени елементи за примерокот се распоредува пропорционално по стратуми во однос на бројот на елементите во стратумите на популацијата.

○ Рамномерно распоредување

- Бројот на предвидени елементи на примерокот се распоредува рамномерно на секој стратум, односно бројот на елементи во секој стратум е еднаков на количникот помеѓу бројот предвидените елементи на примерокот и вкупниот број на стратуми.



КЛАСТЕР ПРИМЕРОК

- Група од елементи кои припаѓаат на одредено географско подрачје се нарекува **кластер**.
- Се користи кога елементите на популацијата се распространети на широко географско подрачје.
- Изборот на примерокот се прави на ист начин како кај простиот случаен примерок или како кај систематскиот случаен примерок, со тоа што во случајов на случаен начин се избираат кластерите.
- Најзначајна карактеристика е тоа што сите елементи на кластерот без разлика дали станува збор за личности, домаќинства, училишта и слично, се анкетирани.



ВЕРОЈАТНОСНИ ПРИМЕРОЦИ ПО НИВО НА СЛОЖЕНОСТ

Ниво на сложеност	Вид на примерок	
	Поголемо	Повеќестепен (комбиниран) случаен примерок
Кластер примерок		
Помало	Стратифициран случаен примерок	
	Систематски случаен примерок	
	Прост случаен примерок	



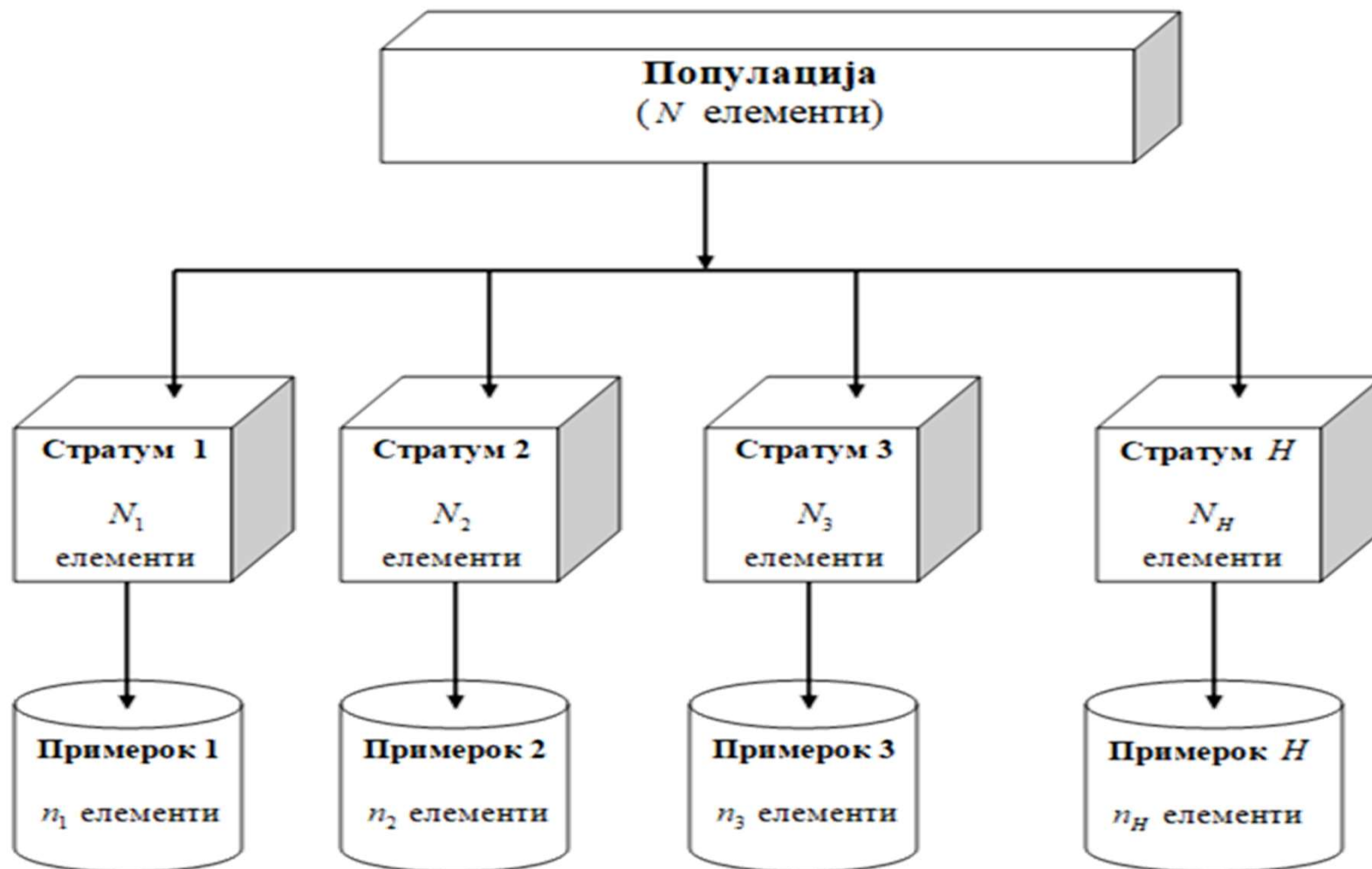
РАЗЛИКИ ПОМЕЃУ ВЕРОЈАТНОСНИ И НЕВЕРОЈАТНОСНИ ПРИМЕРОЦИ

Неверојатносен примерок	Веројатносен примерок
Изборот на примерок е врз база на субјективна проценка на анкетарот	Примерокот се избира на случаен начин
Секој елемент на популацијата нема еднаква веројатност на избор	Секој елемент на популацијата има иста веројатност на избор
Не се зема предвид пристрасноста при изборот	Се користи кога сакаме да ја редуцираме пристрасноста
Примерокот не е ререпрезентативен	Се користи за да се креира репрезентативен примерок
Лесно се наоѓаат испитаници	Тешко е наоѓањето на соодветни испитаници





МАТЕМАТИЧКА ТЕОРИЈА НА СТРАТИФИЦИРАН СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК



ПРИМЕРОЧЕН ТЕЖИНСКИ ФАКТОР

- Во случај на стратифициран случаен примерок, примерочните тежински фактори се дефинираат на ниво на стратум
- Веројатноста на избор е

$$\pi_{hj} = P\{\text{елементот } j \text{ да биде во примерокот}\} = \frac{C_{N_h-1}^{n_h-1}}{C_{N_h}^{n_h}}$$

- Според тоа примерочниот тежински фактор во стратум h е

$$w_{hj} = \frac{1}{\pi_{hj}} = \frac{C_{N_h}^{n_h}}{C_{N_h-1}^{n_h-1}} = \frac{N_h}{n_h}$$

- Примерочните тежински фактори при стратифициран случаен примерок можат меѓусебно да се разликуваат



ОЦЕНУВАЧИ ПРИ СТРАТИФИЦИРАН СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК

y_{hj} - вредноста на j - тиот елемент во стратум h

$t_h = \sum_{j=1}^{N_h} y_{hj}$ - збирот на вредностите на елементите од популацијата во стратум h

$t = \sum_{h=1}^H t_h$ - збир на вредностите на елементите од популацијата

$\bar{y}_{h\Pi} = \frac{\sum_{j=1}^{N_h} y_{hj}}{N_h}$ - аритметичка средина на вредностите на елементите од популацијата во стратум h

$\bar{y}_{\Pi} = \frac{t}{N} = \frac{\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{N_h} y_{hj}}{N}$ - аритметичка средина на вредностите на елементите од популацијата




ОЦЕНУВАЧИ ПРИ СТРАТИФИЦИРАН СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК

$S_h^2 = \sum_{j=1}^{N_h} \frac{(y_{hj} - \bar{y}_{h\Pi})^2}{N_h - 1}$ - дисперзија на вредностите на елементите од популацијата во
стратум h

$\bar{y}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{j \in S_h} y_{hj}$ - аритметичка средина на вредностите на елементите од примерокот во
стратум h

$s_h^2 = \sum_{j \in S_h} \frac{(y_{hj} - \bar{y}_h)^2}{n_h - 1}$ - дисперзија на вредностите на елементите од примерокот во
стратум h



ПРИМЕР ЗА СТРАТИФИЦИРАН СЛУЧАЕН ПРИМЕРОК СО ПОУЛАЦИЈА ОД 6
 ЕЛЕМЕНТИ ПОДЕЛЕНА ВО ДВА СТРАТУМИ СО ПО 3 ЕЛЕМЕНТИ И ОД СЕКОЈ ОД
 НИВ ВО ПРИМЕРОКОТ ИМА ПО 2 ЕЛЕМЕНТИ

Примерок		Вредности на елементите на примерокот				Аритметичка средина		\hat{y}_Π	S_1^2	S_2^2	$\frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^H N_h^2 \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \frac{S_h^2}{n_h}$	
		Стратум1	Стратум2	Стратум1	Стратум2	\bar{y}_1	\bar{y}_2					
{1,2,4,5}	{1,2}	{4,5}	66	59	83	92	62.50	87.50	75.00	24.50	40.50	2.71
{1,3,4,5}	{1,3}	{4,5}	66	70	83	92	68.00	87.50	77.75	8.00	40.50	2.02
{2,3,4,5}	{2,3}	{4,5}	59	70	83	92	64.50	87.50	76.00	60.50	40.50	4.21
{1,2,4,6}	{1,2}	{4,6}	66	59	83	71	62.50	77.00	69.75	24.50	72.00	4.02
{1,3,4,6}	{1,3}	{4,6}	66	70	83	71	68.00	77.00	72.50	8.00	72.00	3.33
{2,3,4,6}	{2,3}	{4,6}	59	70	83	71	64.50	77.00	70.75	60.50	72.00	5.52
{1,2,5,6}	{1,2}	{5,6}	66	59	92	71	62.50	81.50	72.00	24.50	220.50	10.21
{1,3,5,6}	{1,3}	{5,6}	66	70	92	71	68.00	81.50	74.75	8.00	220.50	9.52
{2,3,5,6}	{2,3}	{5,6}	59	70	92	71	64.50	81.50	73.00	60.50	220.50	11.71

ВАЖНОСТ НА ОЦЕНУВАЧИТЕ

- Показуваат дека стратифицираниот случаен примерок е поефикасен од простиот случаен примерок
- Помагаат во определување оптимална распределба
- Помагаат во определување оптимална распределба со
 - минимизирање на трошоците за истражување
 - минимизирање на дисперзијата
- Соодветни се и при постстратификација, односно прилагодување на отсуството на одзив



**ВИ БЛАГОДАРАМ НА
ВНИМАНИЕТО!!!**



ПРАШАЊА???

ПРАШАЊА???

ПРАШАЊА???

ПРАШАЊА???

ПРАШАЊА???

ПРАШАЊА???

ПРАШАЊА???

ПРАШАЊА???

