НЕЛИНЕАРНАТА ДИНАМИКА НА ЉУБОВНИТЕ АФЕРИ

Автори:

Моника Пешевска, Институт за физика, ПМФ, Скопје

д-р Александар Ѓурчиновски, Институт за физика, ПМФ, Скопје

Љубовта веројатно претставува еден од најтолкуваните поими и појави меѓу луѓето. Голем број на поети, филозофи, психолози дале свое мислење за љубовта, но истото го прави секој од нас при што сите создаваме сопствено сфаќање за љубовта. Американските староседелци, Индијанците, љубовта ја поврзувале со природата, заштитата, вербата, единството и хармонијата.Францускиот филозоф Жан Пол Сартр сметал дека во љубовта еден и еден се еден. Од друга страна пак, германскиот филозоф Артур Шопенхауер верувал дека љубовта помеѓу маж и жена секогаш се темели на нагоните на човекот, а не на нешто поинакво. Зигмунд Фројд сметал дека луѓето се вљубуваат во оние личности кон кои чувствуваат восхит, во оние личности кои поседуваат карактеристики какви што самите тие би сакале да ги имаат. И всушност, има размислувањата за љубовта кои одат од една во друга крајност. Можеби нејзиното толкување постојано ќе дава нови и нови дефиниции, а можеби тоа ќе бидат истите, но искажани со поинакви зборови. Љубовта е појава меѓу луѓето, а луѓето се дел од природата, а токму за објаснување на самата природа се употребува математиката. Тогаш, зошто да не се обидеме да употребиме одреден математички апарат за да опишеме како би се одвивала одредена љубовна афера со текот на времето?

Токму до овој заклучок дошле поголем број на математичари и физичари кои дале значаен придонес во објаснувањето на динамиката на љубовните афери односно како се случуваат промените во одредена љубовна врска со текот на времето. Еден од нив е и американскиот професор на катедрата по применета математика на универзитетот Корнел, професорот Стивен Строгац. Иако со цел да ги поттикне своите студенти да се заинтересираат за диференцијалните равенки, сепак се испоставило дека проучувањето на динамиката на љубовните афери не само што дава многу интересни резултати туку и истите се блиску до реалноста. Во реалноста одредена љубовна врска зависи од повеќе нешта и целта на секое наредно обработување на оваа тема е токму доближувањето до што пореален модел во кој би се внеле соодветни константи и променливи кои би биле аналогни на одредено надворешно влијание врз некоја љубовна врска. А особено пак е потребно да не се заборави дека неретко луѓето чувствуваат повеќе чувства истовремено, вклучувајќи и чувства кои се целосно противречни.

Сето ова значи далеку покомплициран модел при што веројатноста да се појави хаос во ваквите континуирани динамички системи е значително голема.

Професорот Клинт Спрот започнал со разгледување на наједноставниот модел - модел во кој љубовната афера зависи единствено од чувствата на самите индивидуи коишто учествуваат во врската. Во својот текст тој ја разгледува динамиката на љубовната афера на Ромео и Јулија, а потоа и третиот партнер Гиневера.

Во овој текст ние воведуваме љубовен пар од еден од 50 најдобри цртани досега: Попај и Олива.

$$\frac{dP}{dt} = cO + dP \qquad \frac{dO}{dt} = aO + bP$$

Од математичкиот апарат се употребуваат диференцијалните равенки. Диференцијалните равенки се равенки чие решение не е конкретен број туку точно определена функција според која се менува одредена променлива. За функцијата да биде еднозначно определена, потребно е да ги знаеме почетните услови на системот. Во нашиот случај променливите во диференцијалните равенки се љубовта на Олива кон Попај O, односно љубовта на Попај кон Олива P. Променливата O односно P може да има и позитивни и негативни вредности, при што доколку таа е поголема од нула тогаш тоа претставува количество на љубов во дадено време, а доколку е помала од нула тогаш тоа е омраза. Доколку пак е еднаква на нула тогаш станува збор за апатија. За овие променливи има точно одредена законитост по која тие се менуваат со текот на времето t и тоа е дадено со изразите $cO + dP$ односно $aO + bP$ на десната страна од системот на диференцијални равенки. Овој систем е линеарен дводимензионален систем токму поради едноставната линеарна законитост по која се менуваат двете променливи O и P со времето. Едноставноста произлегува од претпоставката дека текот на љубовната афера зависи само од чувствата кои партнерите ги имаат еден за друг. Параметрите a,b,c и d се веројатно најзначајниот дел од диференцијалната равенка бидејќи од нивните вредности зависи како ќе се одвива љубовната афера. А кое е значењето на тие параметри?

Значењето на љубовните стилови

Овие четири параметри всушност ни даваат четири различни романтични стилови односно ни покажуваат како се однесува индивидуата во љубовната врска. Да го разгледаме поконкретно стилот на Олива во зависност од параметрите a и b. За Попај важи истата дискусија, при што неговиот романтичен стил е опишан со другите два параметра c и d.

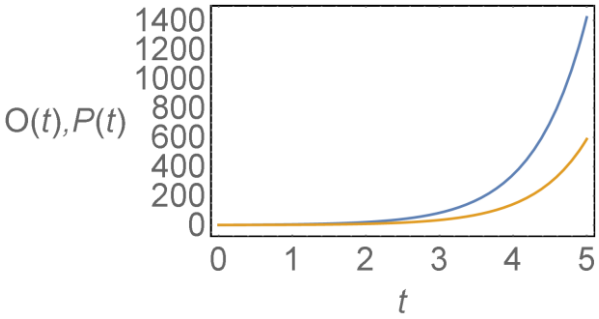
- **Љубовџија ($a > 0, b > 0$)** – Олива е охрабрена и од своите чувства кон Попај и од чувствата на Попај кон неа за да преземе нешто во врска со нивната љубовна афера. Како пример за ваквиот тип на романтичен стил го наведуваме Дон Жуан кој е познат лик во литературата како исклучителен љубител на жени.

- **Самобендисан чудак (бубалица) ($a > 0, b < 0$)** – Олива е поттикната од своите чувства кон Попај, но е обесхрабрена од неговите чувства кон неа. Пример е данскиот филозоф Сорен Киркегор кој иако бил силно вљубен во својата вереница Регина, сепак ја оставил сметајќи дека таа никогаш нема да може да биде среќна со човек каков што е тој. До крајот на својот живот Киркегор никогаш не бил со ниту една друга жена.

- **Претпазлив љубовник ($a < 0, b > 0$)** – Олива бега од своите чувства, но чувствата на Попај ја охрабруваат. Најголем дел од луѓето спаѓаат токму во оваа група.

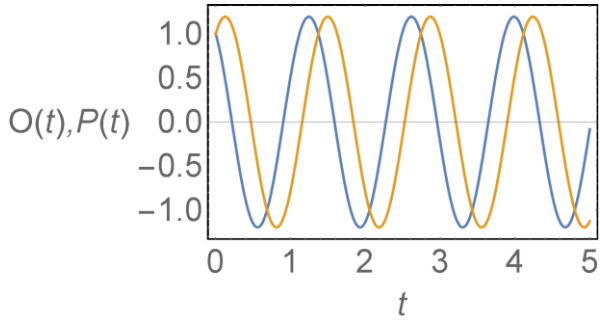
- **Осаменик ($a < 0, b < 0$)** – Олива негативно реагира и на своите чувства и на чувствата на Попај кон неа.Како пример го посочуваме Раскољников кој живеејќи во беда е растгнат меѓу она што е морално или неморално, она што смета дека го заслужува или не го заслужува.Токму затоа тој сметал дека не ја заслужува љубовта на девојката Соња и пробувал да ја оттгне од себе, како и да ги поттисне своите чувства.

Во зависност од романтичните стилови можни се различни промени на променливте О и Р.Во програмскиот пакет Mathematica направивме графици на неколку случаи:



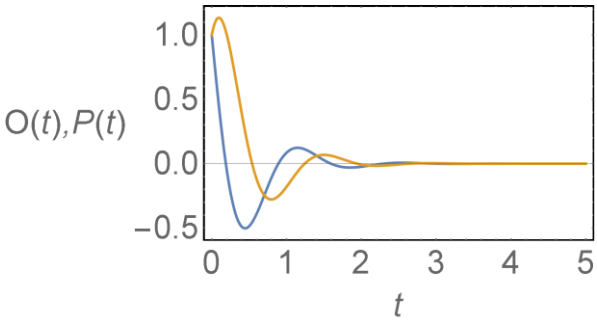
Случај 1: a=1, b=1 c=1, d= -1

Олива е љубовџија, Попај е претпазлив љубовник. Со сина боја е означена промената на променливата О, а со портокалова боја промената на променливата Р



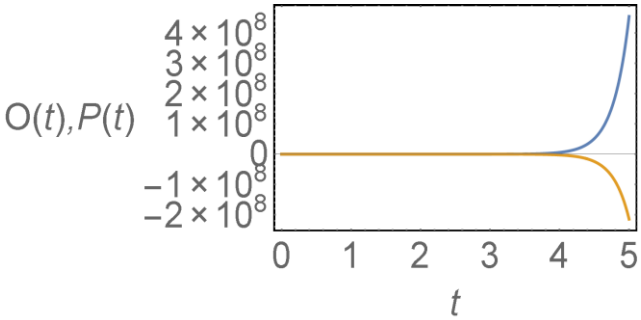
Случај 2: a=2, b= -5 c =5, d= -2

Олива е самобендисан чудак, Попај е претпазлив љубовник



Случај 3: a=-2, b= -4 c =5, d= -2

Олива е осаменик, Попај е претпазлив љубовник

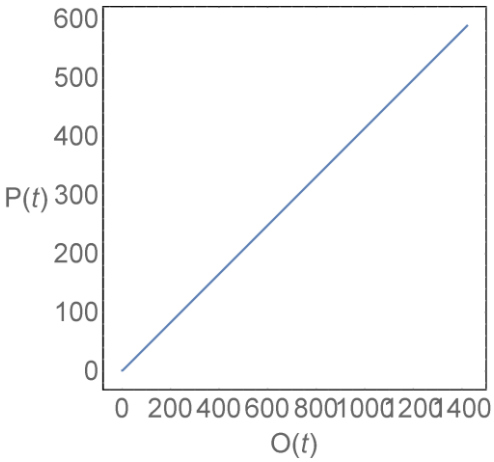


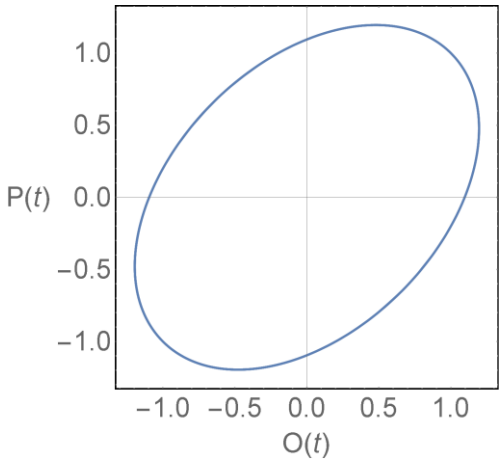
Случај 4: a=-2, b= -5 c =-3, d= -2

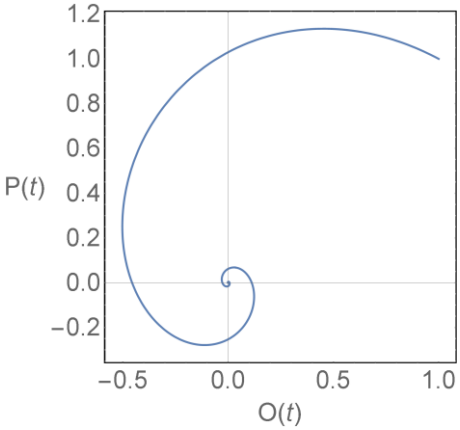
Олива е самобендисан чудак, Попај е осаменик

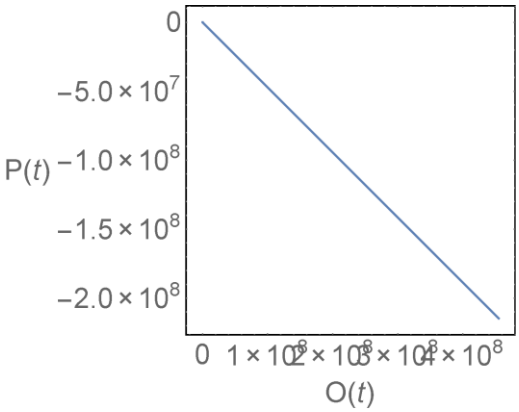
На првата слика е прикажан случај во кој љубовта на Олива, а и љубовта на Попај растат со текот на времето.На втората слика се појавува периодичност односно одреден период Олива го сака Попај , а одреден период го мрази. Исто така, Попај одреден период ја сака Олива, а одреден период ја мрази. Ова е пример за периодично движење. На третата слика е прикажан случај во кој првенствено и љубовта на Олива и љубовта на Попај опаѓа со времето, па потоа одреден период расте за да чувствата на крајот преминат во апатичност. Со текот на времето, системот асимптотски се стреми кон фиксна точка која што се наоѓа во координатниот почеток. На четвртата слика, љубовта на Олива расте со текот на времето, но љубовта на Попај кон Олива опаѓа. Овие графици ја претставуваат промената на променливите со текот на времето и истите можеме да ги претставиме на график на кој ќе ја прикажеме зависноста на едната променлива од другата односно во овој случај тоа е зависноста на променливата P од променливата O. Овие промени ги претставуваме во т.н. фазна рамнина.

Фазните рамнини на четирите погоре прикажани случаи се, соодветно од лево кон десно, почнувајќи од случајот 1:

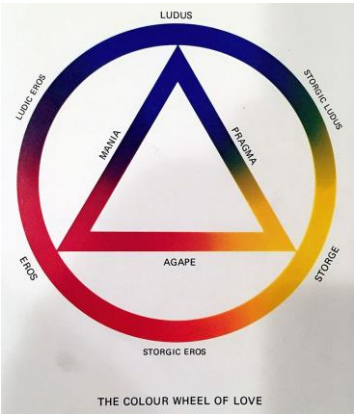








Во психологијата, канадскиот психолог Џон Алан Ли го создал т.н. колоритно тркало на љубовта. Во ова тркало има три примарни (Eros, Ludus и Storge) и три секундарни романтични стилови (Mania, Pragma и Agape). Но, овие романтични стилови опфаќаат многу повеќе карактеристики на самата личност, т.е тие се тесно поврзани со карактерот на личноста.



Љубовни тројки

Во реалноста се среќаваат и љубовните тројки, појава која општествено колку е прифатена, толку е и осудувана. Од математички аспект тоа значи посложени системи на диференцијални равенки и многу веројатна појава на хаос во динамиката на љубовната афера доколку системот е нелинеарен и неговата димензионалност е поголема од два. Во овој случај линеарните диференцијални равенки многу често се заменуваат со нелинеарни диференцијални равенки за поверодостојно опишување на интеракцијата помеѓу партнерите. Во нашиот случај, конечно го воведуваме третиот партнер Дибек, односно Блуто.

Комплицираноста на случајот е многу голема доколку ги земеме чувствата на секој од партнерите во љубовниот триаголник спрема другите двајца. Ќе биде потребно да разгледуваме 6 димензионален систем односно систем со 6 временски променливи. Затоа, ќе претпоставиме дека Попај и Дибек не знаат еден за друг. Исто така Олива го има истиот романтичен стил и кон двата љубовника - таа е еднакво заинтересирана за двајцата. Може уште да се поедностави ситуацијата доколку земеме дека чувствата на Попај за Олива влијаат на чувствата на Олива за Дибек спротивно од начинот на кој што влијаат чувствата на Дибек за Олива на чувствата на Олива за Попај.Тоа во математичка форма може да се претстави со сè уште линеарниот систем од четири диференцијални равенки:

$$\frac{dO_P}{dt} = aO_P + b(P - D)$$

$$\frac{dP}{dt} = cO_P + dP$$

$$\frac{dO_D}{dt} = aO_D + b(D - P)$$

$$\frac{dD}{dt} = eO_D + fD$$

Тука O_P е променлива која ја карактеризира љубовта на Олива кон Попај, O_D е љубовта на Олива кон Дибек, P е љубовта на Попај кон Олива, а D е љубовта на Дибек кон Олива.

Ние ќе разгледаме специфична модификација на овој систем кој опишува нелинеарен љубовен триаголник, земајќи ги во предвид нелинеарните ефекти на романтичната динамика на Олива кон нејзините љубовници Попај и Дибек. Нелинеарниот систем е зададен на следниот начин:

$$\frac{dO_P}{dt} = aO_P + b(P - D)(1 - |P - D|)$$

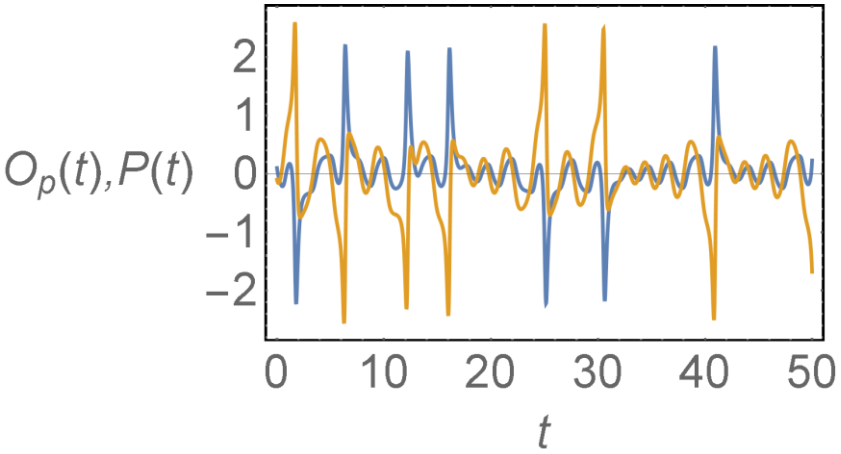
$$\frac{dP}{dt} = cO_P(1 - |O_P|) + dP$$

$$\frac{dO_D}{dt} = aO_D + b(D - P)\,(1 - |D - P|)$$

$$\frac{dD}{dt} = eO_D(1 - |O_D|) + fD$$

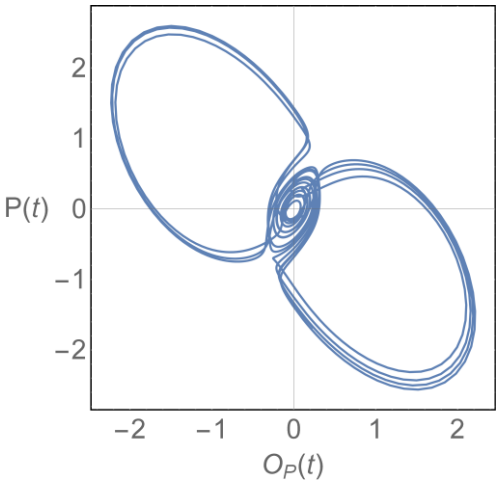
Дополнителните множители на различните членови од линеарниот систем имаат реална смисла. На пример, во втората равенка, наместо членот cO_P ја имаме логистичката поправка $cO_P(1 - |O_P|)$, чие што значење е следно: Во линеарниот случај, позитивната вредност за параметарот c би значело дека Попај е охрабрен од љубовта на Олива кон него, и како таа љубов расте, расте и охрабреноста на Попај кон таа врска. Меѓутоа во нелинеарниот систем дополнителниот множител $(1 - |O_P|)$ предизвикува охрабреноста на Попај да има нелинеарно поведение, односно ако љубовта на Олива кон Попај е претерана, тој се обесхрабрува од таквиот однос и започнува да ја избегнува. Спротивно, доколку Олива претерано го мрази Попај, тој е охрабрен од таквиот однос на Олива кон него, и започнува да искажува симпатии кон неа, иако пред тоа ја избегнувал, односно ја мразел. Ова поведение одговара на реалните ситуации, кога претераната љубов, односно омраза на еден од партнерите во врската, буди спротивни чувства кај другиот партнер. Во конкретниот нелинеарен случај за одредени параметри на системот се појавува хаотична динамика на романтичното поведение, што се согледува во чувствителноста на романтичното поведение на љубовниците од почетните услови.

Графичкиот приказ на променливите O_P и P во зависност од времето се прикажани на Слика 13. Параметрите на романтичните стилови на тројцата љубовници изнесуваат : $a = -3$, $b = 4$ (Олива е претпазлив љубовик), $e = 2$ and $f = -1$ (Дибек е претпазлив љубовник) и $c = -7$ и $d = 2$ (Попај е самобендисан чудак).



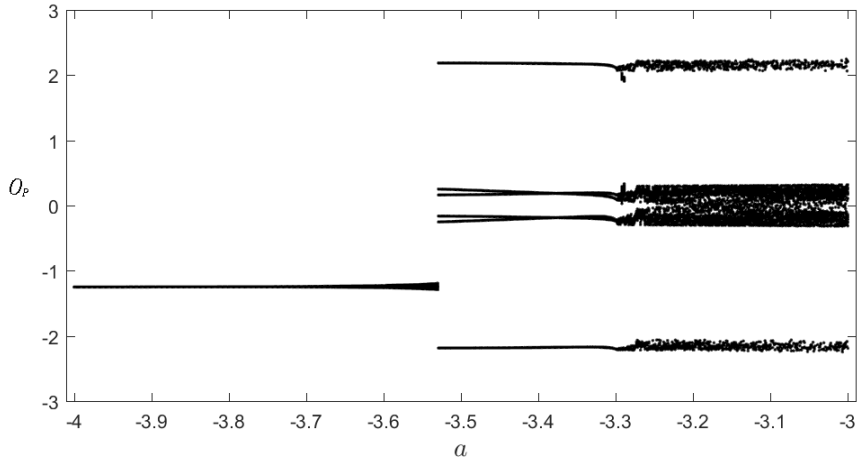
Слика 13. Динамиката на романтичните стилови на Попај и Олива во љубовен триаголник со Дибек. Со сино е означена промената на променливата O_P додека со портокалова боја е означена промената на променливата P.

Приказот на динамичкото поведение на овие параметри во фазна рамнина е :



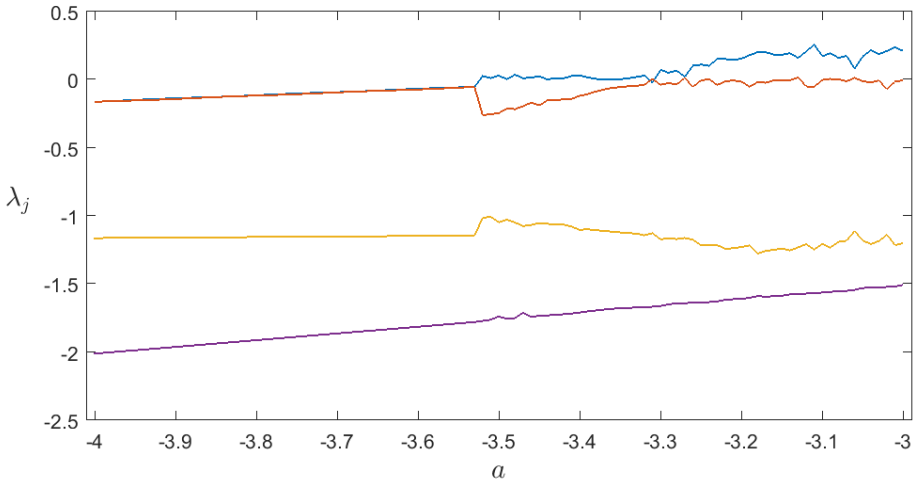
Слика 14. Динамиката на романтичните стилови на Попај и Олива во фазна рамнина. Се појавува т.н. "чуден атрактор"

Тука се забележува дека фазната траекторија за овие параметри има комплицирана структура. Подеталното испитување на траекторијата во рамките на нелинеарната динамика кажува дека таа конвергира кон "чуден атрактор" при што променливите се менуваат непериодично и се ограничени во фиксен фазен волумен. Во нашиот случај, добивме чуден атрактор за веќе запишаните вредности на параметрите *a, b, c, d ,e* и *f*. Доколку го менуваме само параметарот *a*, а другите ги чуваме фиксни, тогаш за одредени вредности на параметарот *a* чудниот атрактор преминува во периодична орбита, а со понатамошно менување на а, периодичната орбита преминува во стабилна фиксна точка. Ваквите промени во системот при дадена вредност на некој контролен параметар, во случајов параметарот *a*, се наречени бифуркации.



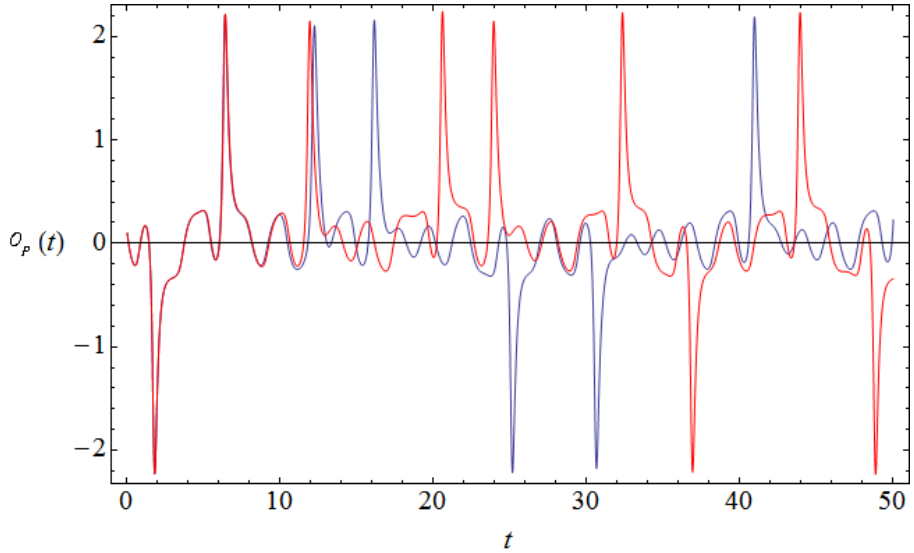
Слика 15. Бифуркациона дијаграма во зависност од параметарот *a*. Доколку ја зголемуваме вредноста на параметарот *a,* добиваме неколку типа на бифуркација. За вредност на параметарот $a \approx -3.52$, имаме премин од фиксна точка кон периодична орбита. Кога $a \approx -3.28$, периодичната орбита преминува во хаотичен (чуден) атрактор.

Чудниот атрактор има нецелобројна (фрактална) димензија и поседува еден експонент на Љапунов поголем од нула, што укажува на хаотичното поведение на системот за ваквиот романтичен стил на љубовниците.



Слика 16.Приказ на спектарот на експонентите на Љапунов во зависност од параметарот *a*.

"Ефектот на пеперутка" е појава во нелинеарната динамика при која чувствителноста на динамиката на хаотичниот систем од почетните услови додедува до значајни промени во развојот на системот. Во прв случај имаме точно определени вредности за почетните услови и имаме едно поведение на системот. Но, доколку ги промениме почетните услови за многу мали вредности по некое време системот повеќе нема да го има истото поведение како во првиот случај. На слика 17 се прикажани две поведенија на љубовта на Олива кон Попај, каде што црвената крива одговара на почетни услови коишто многу малку се разликуваат во однос на сината крива (за околу 0.1 %).



Слика 17. "Ефект на пеперутка" кај љубовта на Олива кон Попај.

Иако промената на почетните услови е незначителна и на почетокот нема разлика, романтичното поведение на Олива кон Попај значително е променето после одредено време.

Заклучок

Динамиката на љубовните афери е мошне интересна област за истражување во физиката на нелинеарните системи. Всушност, резултантното поведение и не е многу далеку од реалноста. Дводимензионалните системи никогаш не се хаотични па кај нив нема појава на чудни атрактори. Најкомплицираниот случај кај ваквиот систем е периодичната орибита односно периодичното "сакање и мразење" на Попај и Олива. На пример, Олива првата недела го сака Попај, втората го мрази, третата повторно го сака, па четвртата повторно го мрази и ваквите промени постојано се повторуваат. Но, доколку промената на љубовта на Олива кон Попај се случува на непериодичен начин (на пример, Олива првата недела го сака Попај, па потоа три дена го мрази, па два дена го сака, па пет месеци го мрази..) тоа веќе ни укажува на постоење на трето лице во оваа врска. Она што останува е да се запрашаме како би изгледал системот доколку имаме повеќе од тројца партнери и сите тие знаат еден за друг. Можеби нивното проучување ќе доведат до нови и уште поинтересни сознанија за динамиката на љубовните афери.

Литература

[1] Strogatz, S. H. (1994). *Nonlinear dynamics and chaos: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering*.

[2] Sprott, J. C. (2004). *Dynamical models of love,* Journal of Nonlinear Dynamics, Psychology and Life Sciences.